

Teildruck

Handreichungen
mit Erläuterungen zum Konzept

Handreichungen

Herausgegeben von

Bärbel Barzel

Stephan Hußmann

Timo Leuders

Susanne Prediger

Inhaltsverzeichnis

	Allgemeine Hinweise zum Konzept der <i>mathewerkstatt</i>.....	4
	Umgang mit dem Schulbuch Mein Mathebild – Arbeiten in der <i>mathewerkstatt</i>	23
	Daten Meine Klasse und ich – Daten sammeln und vergleichen	37
	Arithmetisches Basiskönnen Was kann ich schon? – Rechenbausteine	75
	Körper und Flächen Verpackungen – Mathematische Körper beschreiben, herstellen, zeichnen	79
	Größen Im Tierreich – Großes und Kleines vergleichen und messen.....	139
	Symmetrie Kunstwerke – Das Gleiche woanders erkennen und herstellen	199
	Brüche verstehen Essen und Trinken – Teilen und Zusammenfügen	253
	Dezimalzahlen verstehen und addieren Leistungen im Sport – Immer feiner messen	303
	Flächeninhalt und Volumen Lebensraum Zoo – Flächen und Räume vergleichen.....	359
	Zahlssysteme Zahlen früher und heute – Schreibweisen von Zahlen untersuchen.....	421
	Anhang.....	453
	Ausgefüllte Wissenspeicher-Seiten.....	455
	Kurzfassung der Inhalte der Wissenspeicher-Seiten	474
	Elternbrief	477
	Methoden.....	481
	Lösungsheft	



Titel **mathewerkstatt, Schulbuch Klasse 5** Thema **Allgemeine Hinweise zum Konzept der mathewerkstatt**

Was ist die mathewerkstatt?

Die *mathewerkstatt* ist ein neu entwickeltes Lehrwerk für den Mathematikunterricht der Klassen 5 bis 10 an Sekundarschulen, Gesamtschulen, Hauptschulen, Realschulen, Werkrealschulen, kurz: an allen Schulformen, die Schülerinnen und Schüler mit unterschiedlichen Leistungsniveaus zum mittleren Schulabschluss führen. Das didaktische Konzept der *mathewerkstatt* basiert auf aktuellen Forschungsergebnissen. Jedes Kapitel wurde bereits vor Drucklegung in der Praxis vollständig erprobt und evaluiert. Die *mathewerkstatt* bietet umfassende Unterstützung für einen modernen Mathematikunterricht, der den aktuellen Forderungen nach Kompetenzorientierung und kognitiver Aktivierung von Schülerinnen und Schülern und nach einer differenzierenden und diagnostizierten Unterrichtsgestaltung gerecht wird.

Didaktische Leitideen der mathewerkstatt

Sinnstiftendes Lernen

In der *mathewerkstatt* erkennen die Lernenden, wofür sie arbeiten und erfassen das zu Lernende in einem größeren Sinnzusammenhang. Dazu wird jedes Kapitelthema in einen sinnstiftenden (außer- oder innermathematischen) **Kontext** eingebettet. Die Schülerinnen und Schüler erleben, wie Mathematik entsteht, um relevante Probleme zu bearbeiten. Sinn entsteht aber nicht nur durch die Arbeit an zentralen Problemen, sondern auch durch Erfassen der dahinter stehenden mathematischen Ideen. **Kernfragen** zu jeder Etappe nehmen die Perspektive der Lernenden auf und helfen ihnen, diese mathematischen Ideen zu erfassen.

In der *mathewerkstatt* werden mit mathematischen Mitteln authentische Probleme gelöst, die sich an der Lebenswelt der Lernenden orientieren. Die mathematischen Werkzeuge entwickeln diese nach dem sogenannten genetischen Prinzip selbst. Dabei werden prozessbezogene Kompetenzen wie Problemlösen, Modellieren und Argumentieren gefördert.

Verstehensorientiertes Lernen

In der *mathewerkstatt* erhalten alle Lernenden vielfältige Unterstützung beim Verstehen der mathematischen Inhalte. Deshalb werden in jedem Kapitel zuerst inhaltliche Vorstellungen entwickelt, die auf den Vorerfahrungen der Lernenden aufbauen. Wenn dann die mathematischen Verfahren folgen, werden diese stets anschaulich begründet.

Eigenaktives Lernen

In der *mathewerkstatt* arbeiten die Lernenden aktiv, mit der Hand und vor allem mit dem Kopf. Anregende Aufgaben und Methoden sorgen für eine angemessene **kognitive Aktivierung**. Dabei können die Lernenden eigene Wege beschreiten, ohne das Ziel aus den Augen zu verlieren. **Offenheit und Zielorientierung** werden gleichermaßen berücksichtigt.

Differenzierung und Vielfalt

In der *mathewerkstatt* wird auf verschiedenen Ebenen differenziert gearbeitet: Es gibt selbstdifferenzierende Aufgaben, die auf verschiedenen Ebenen gelöst werden können, Aufgaben mit gestufter Schwierigkeit und Parallelaufgaben, aus denen die Lernenden selbst auswählen können.

Vier Leitfiguren zeigen immer wieder unterschiedliche Lernwege und Sichtweisen auf und verkörpern verschiedene Zugangsweisen zur Mathematik:

Till bevorzugt das Berechnen konkreter Werte, am liebsten in Tabellen.

Pia mag mathematische Muster und (formale) Strukturen.



Merve denkt gerne in konkreten Modellen und Situationen.

Ole wählt gerne informative Bilder.

Differenzierende Aufgaben und die Verwendung verschiedener Lernwege bilden die Basis für eine kreative Atmosphäre im Unterricht, in der Schülerinnen und Schüler individuelle Wege beschreiten können. Checklisten am Ende eines Kapitels dienen im Sinne einer Selbstdiagnose dazu, den eigenen Leistungsstand zu erkennen und ggf. Lücken bewusst nachzuarbeiten.

Nachhaltiges Lernen

Sinnstiftung, Verstehensorientierung, Eigenaktivität und Differenzierung haben als zentrales Ziel, dass die Lernenden das Gelernte langfristig nutzen können. Nachhaltiges Lernen wird in der *mathewerkstatt* auch dadurch unterstützt, dass alle zentralen Lerninhalte unter aktiver Beteiligung der Lernenden systematisiert und gesichert werden.

Welche Elemente hat die mathewerkstatt?

Die zum Lehrwerk gehörenden Materialien dienen der breiten Unterstützung der Lernenden und Lehrenden:

Für die Lernenden:

Das **Schulbuch** (SB) ist für die Hand der Schülerinnen und Schüler.



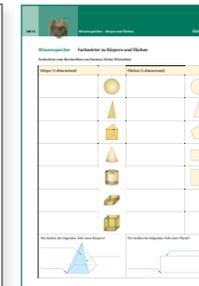
Dem Schulbuch liegt das Heft „Rechenbausteine-Training“ bei, das das „Rechnen mit natürlichen Zahlen“ behandelt. Dieses Kapitel ist ausgekoppelt, weil es immer wieder zur Verfügung stehen soll.



Materialien, die jeder Lernende jedes Jahr aufs Neue benötigt, sind im **Materialblock** (MB) zusammengefasst.



Die im Materialblock vorgefertigten **Wissenspeicher- und Methodenspeicher**-Seiten, die im Rahmen des Ordners von den Lernenden ausgefüllt werden, sollen über die Schuljahre zur Verfügung stehen.



Dem langfristigen Wachsen von grundlegenden Kompetenzen dient eine flexibel einsetzbare **Übekartei**.



Für die Lehrenden:

In den **Handreichungen** findet die Lehrkraft alle Materialien übersichtlich zusammengefasst und mit didaktischen Hilfen zur Unterrichtsgestaltung versehen.



Den Handreichungen liegt eine **DVD** mit dem gesamten Materialblock und vielfältigen Zusatzangeboten (Kopiervorlagen, Folien, Spiele, Applets usw.) bei.



Materialien für das handelnde und experimentelle Arbeiten in der Klasse finden sich in der **Materialkoffer**.





Was sind die Kernprozesse der mathewerkstatt?

Der Unterricht wird durch immer wieder ähnliche Lernsituationen strukturiert, die „Kernprozesse“ genannt werden: Dabei bieten **Kontext** und **Kernideen** eine durchgängige Orientierung im Kapitel und zeigen den Sinn auf.

Einstieg Aktivieren von Vorerfahrungen, Hinführen mit Kernfragen



Der **Einstieg** bietet den Lernenden sinnstiftende, anschauliche Situationen, die an die Kernfragen des Kapitels heranführen. Die gezielte Aktivierung von Vorerfahrungen ermöglicht den Lehrenden eine Einstiegsdiagnose.

Erkunden An anregenden Problemen eigene Wege gehen



Durch aktives **Erkunden** können Schülerinnen und Schüler die wichtigsten Begriffe des Themas selbstständig nacherfinden und Zusammenhänge im Dialog miteinander erarbeiten.

Ordnen Systematisieren und Sichern im Wissenspeicher

2 Das Gleiche gespiegelt

Bei manchen Bildern kann man einen Spiegel so auf ein Bild stellen, dass man das Bild wieder vollständig sieht. Dann sieht man im Spiegel das Gleiche woanders.

a) Halte einen Spiegel an das Bild „Pentaflake“. Wie viele verschiedene Spiegelachsen* findest du?

b) Im Materialblock findest du dieses und weitere Bilder. Markiere dort alle Spiegelachsen mit Bleistift durch eine gestrichelte Linie. Sortiere die Figuren im Materialblock nach der Anzahl der Spiegelachsen.

c) Vergleiche eure Lösungen aus a) und b) im Wissenspeicher. Korrigiert sie, wenn nötig. Übertrag die Figuren dann in den Wissenspeicher.

**Neues Wort: Die Linie, auf die man den Spiegel stellen kann, heißt Spiegelachse. Manchmal sagt man auch Spiegellinie oder Symmetrieachse.*

Materialblock S. 69 Arbeitsmaterial: Spiegelsymmetrische Bilder untersuchen

Materialblock S. 61 Wissenspeicher: Das Gleiche genau!

Beim **Ordnen** werden die Lerninhalte unter aktiver Beteiligung der Lernenden und mit Unterstützung der Lehrkraft systematisiert und im Wissenspeicher langfristig gesichert.

Vertiefen Flexibles Üben, Wiederholen, Vernetzen und Erweitern

20 Spiegelsymmetrische Gesichter

Welches Bild ist spiegelsymmetrisch? Wie könnten die Bilder entstanden sein?

So etwas kann man mit einer Digitalkamera und einem Computer auch selbst herstellen.

Das **Vertiefen** bietet flexible und anregende Übegelegenheiten, mit denen die Lernenden ihr Wissen und Können trainieren, flexibilisieren, vernetzen und erweitern können.

Überprüfen Sich an der Checkliste orientieren

Ich kann ... Ich komme ... Hier kann ich üben ...

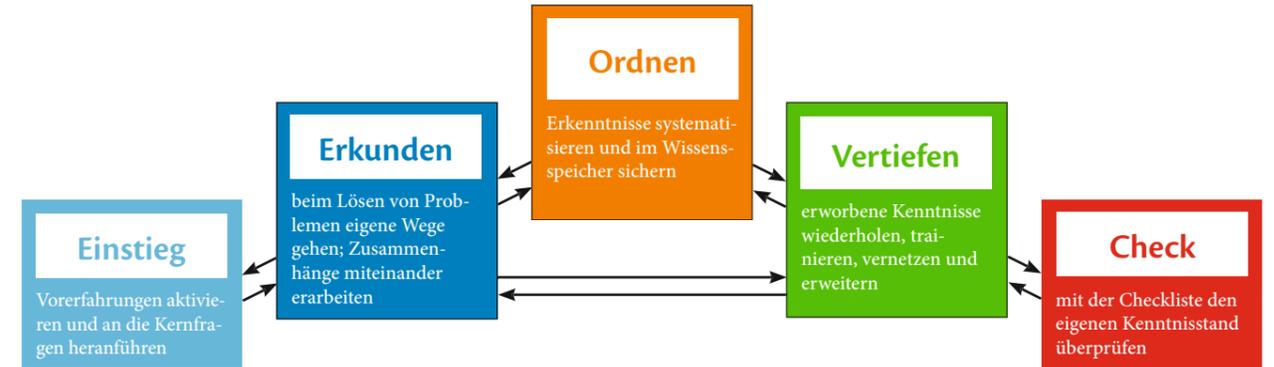
Ich kann erkennen ob ein Bild spiegelsymmetrisch ist und angeben, wie viele Spiegelachsen ein Bild hat. Gib an, ob die Bilder spiegelsymmetrisch sind. Wie viele Spiegelachsen findest du?

S. 130 Nr. 1, 2
S. 131 Nr. 3
S. 137 Nr. 18

Mit Hilfe einer **Checkliste** können Lernende ihr Wissen und Können überprüfen und sich orientieren, was und wie sie noch wiederholen und üben können.

Wie arbeitet man mit der mathewerkstatt?

Alle Kernprozesse sind im Unterricht wichtig, doch die Reihenfolge der Kernprozesse sollte dem eigenen Lehrstil und der Lerngruppe angepasst werden. Dabei kann mehrmals zwischen den einzelnen Kernprozessen gewechselt werden:



Als Orientierung für die Abfolge innerhalb eines Kapitels dient die Strukturtafel in den Handreichungen. In kurzen Kapiteln ist ein lineares Durchlaufen der Kernprozesse möglich. Längere Kapitel werden in überschaubare kleinere Sinneinheiten unterteilt, die Etappen (A, B, ...). Die Etappen werden jeweils durch eine Kernfrage getragen.

Beispiel Kapitel „Verpackungen“:

Struktur Dauer: ca. 3-4 Wochen

Einstieg		Erkennen der Verschiedenheit von Verpackungen und Herausforderungen des Beschreibens		10
A Wie kann man Körper und ihre Eigenschaften beschreiben und nutzen?				
E1 Erfahren der Nützlichkeit von Vokabeln zur Beschreibung von Formen	O1 Erlernen und Sichern von Fachbegriffen zum Beschreiben von Formen	V11- V12 Körper erkennen und beschreiben	45	45
E2 Sensibilisieren für den Nutzen von bestimmten Formen	Sicherung: O6		20	
E3 Erfahren der Schwierigkeiten beim Bau von Verpackungen	Fortsetzung: E6, E8 und O7		45	
B Wie kann man Körperformen möglichst genau herstellen?				
E4 Sensibilisieren für genaues Bauen	O2 Verstehen und Anwenden der Begriffe „senkrecht“, „parallel“	V13- V18 Körper möglichst genau herstellen	20	25
	O3 Senkrechte und parallele Linien zeichnen können	V19- V24 Körper möglichst genau herstellen		25
E5 Regeln für die Herstellung eines Körpers entwickeln	Sicherung: O4		40	

Die **Kernfrage** trägt durch eine Etappe, in der eine Kernidee als Antwort auf die Kernfrage erarbeitet wird.

Ist innerhalb einer Etappe ein noch kürzerer Wechsel zwischen Erkunden und Ordnen sinnvoll, so wird dies in der Strukturtafel durch Anordnung in einer Zeile angezeigt.

Zur schnellen Orientierung über die Strukturierung der Lerninhalte werden hier nicht Aufgabentitel sondern **Aufgabenziele** aufgeführt.

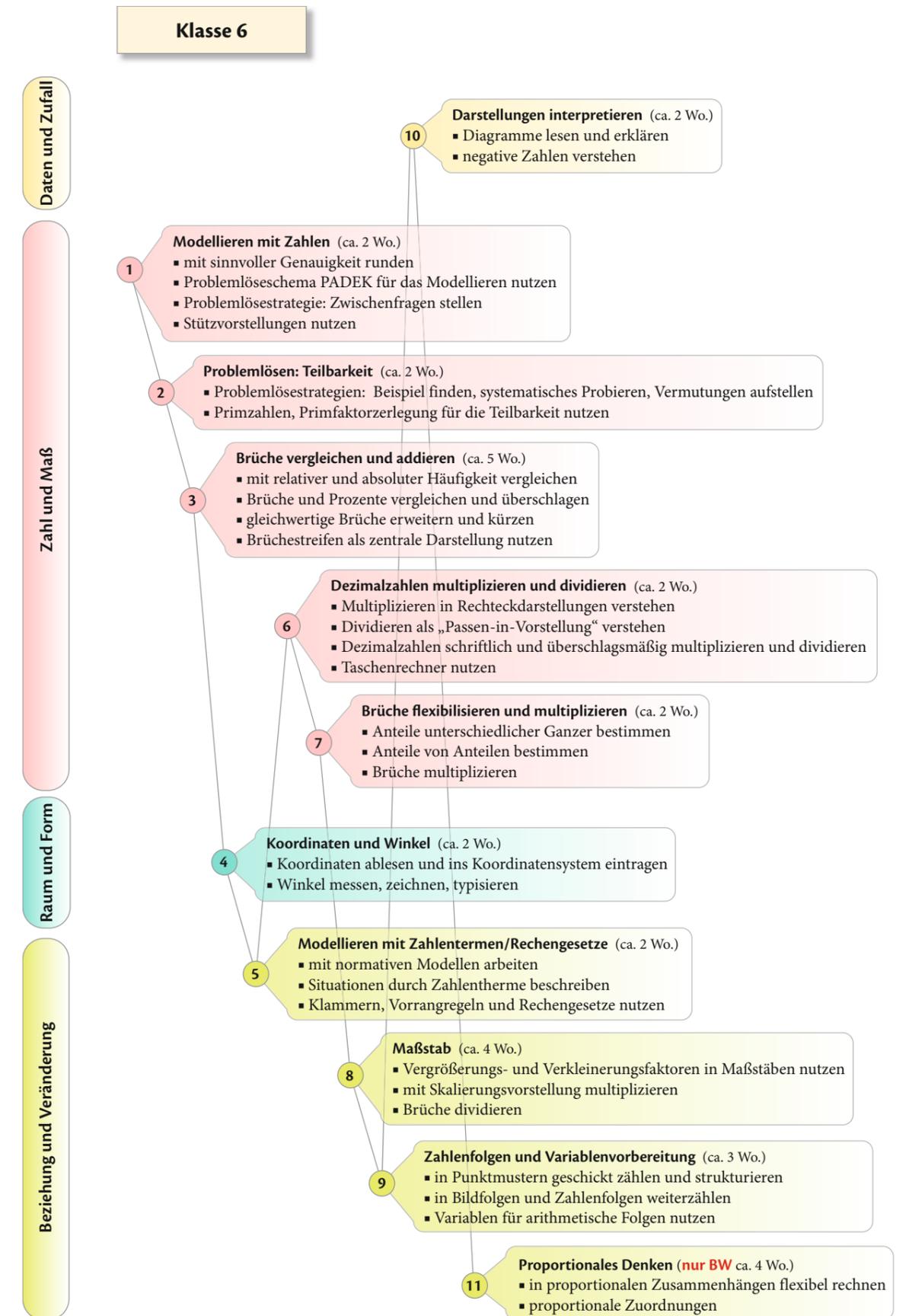
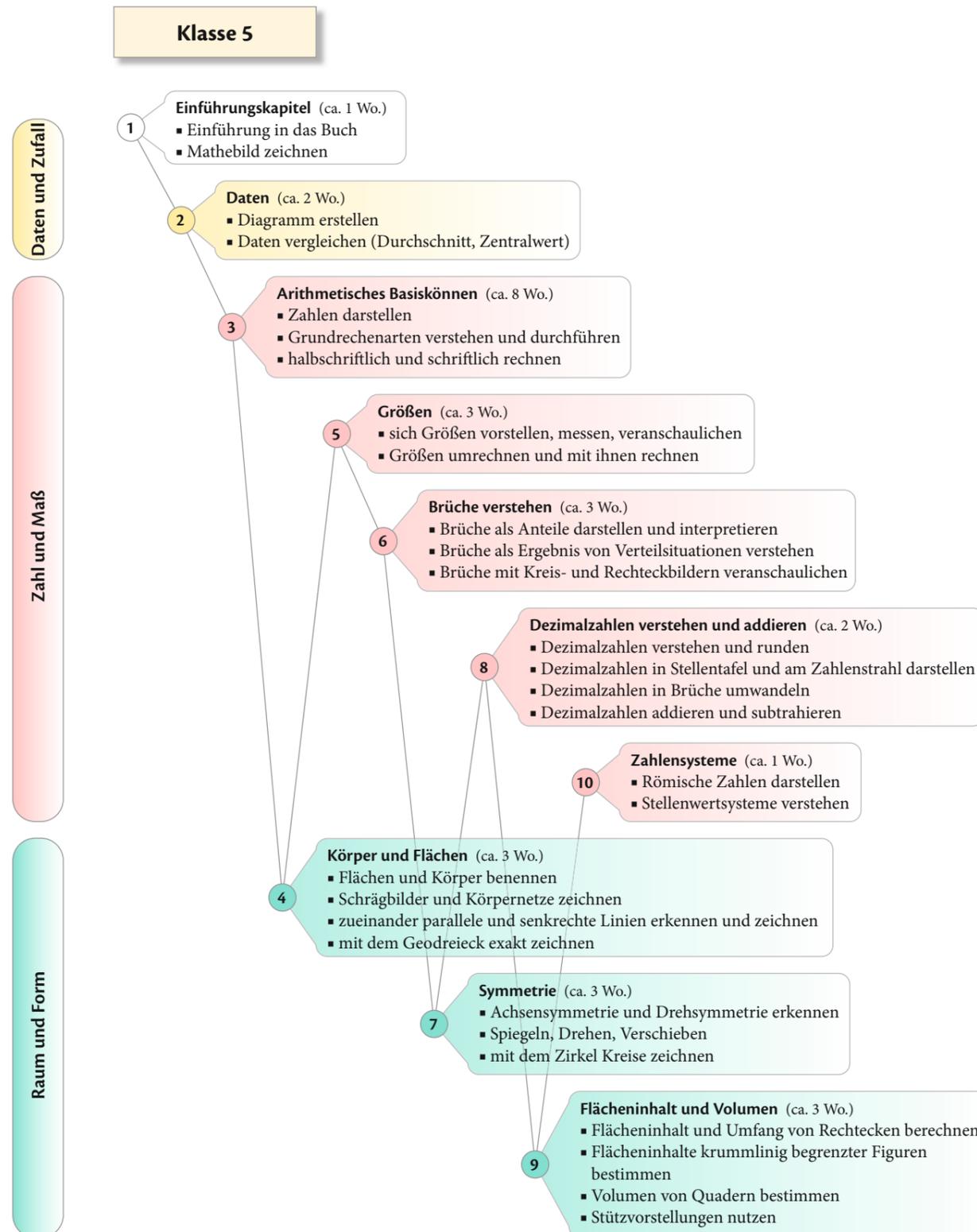
Ungefährender Zeitbedarf für die Erkunden- bzw. Ordnen-Aufgaben

Bei Zeitknappheit oder bei weniger leistungsstarken Klassen findet man hier Empfehlungen für kürzere Wege durch das gesamte Kapitel.



Wie sind die inhaltlichen Themen der *mathewerkstatt* in Klasse 5 und 6 strukturiert?

Alle **lehrplanrelevanten Themen** werden in den Kapiteln der *mathewerkstatt* erarbeitet. Die Reihenfolge der Kapitel kann an vielen Stellen den eigenen Interessen und jeweiligen Erfordernissen angepasst werden. Bauen Kapitel inhaltlich aufeinander auf und erzeugen so notwendige Abhängigkeiten zwischen den Kapiteln, so wird dies hier durch Pfeile angezeigt.





Wie werden prozessbezogene Kompetenzen in der mathewerkstatt gefördert?

In der *mathewerkstatt* geht es nicht nur um den Aufbau inhaltsbezogenen Wissens, sondern um die Förderung prozessbezogener Kompetenzen, z. B. beim Lösen von Problemen in realen oder innermathematischen Kontexten, beim Entwickeln mathematischer Modelle oder beim Kommunizieren oder Argumentieren über diese Prozesse.

Darüber hinaus gibt es spezielle Kapitel, die prozessbezogene Kompetenzen wie das Modellieren oder das Problemlösen in den Mittelpunkt stellen. Hier werden inhaltsübergreifende Herangehensweisen und Strategien thematisiert, z. B. um Probleme in Sachkontexten strategisch und systematisch zu lösen.

In Klasse 5 und 6 sind das die folgenden Kapitel:

- Modellieren mit Zahlen
- Modellieren mit Zahlentermen/ Rechengesetz
- Problemlösen/ Teilbarkeit
- Problemlösen/ Zahlenfolgen und Variablenvorbereitung

(Inhalte s. Strukturtable S. 9)

Ab Klasse 6 wird als Hilfe sowohl beim Problemlösen als auch beim Modellieren die Schrittfolge PADEK erarbeitet:



Das Verstehen des Problems und die daraus resultierende Idee der Vorgehensweise stellen die ersten beiden Schritte dar.

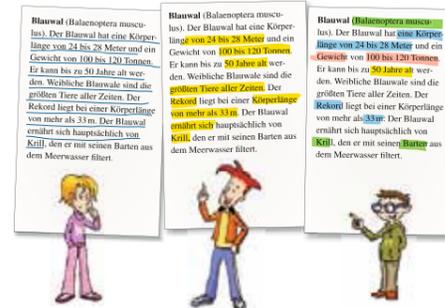
Die sich anschließende Durchführung des ausgewählten Ansatzes mündet in der Erklärung und Interpretation des Ergebnisses, um die Lösung auf das reale Problem anzuwenden und anschließend zu validieren und kontrollieren.

Die explizite Verwendung dieser Schrittfolge (die nicht unbedingt immer strikt in dieser Reihenfolge zu durchlaufen ist) ermöglicht den Lernenden ein gezielteres und bewussteres Herangehen an komplexe Aufgaben. Für die einzelnen Schritte werden durch alle Kapitel hinweg Strategien erarbeitet (z. B. „Zurückführen auf Bekanntes“).

Wie werden allgemeine Arbeitsmethoden in der mathewerkstatt gefördert?

Lesen von Texten, Aufschreiben von Gedanken und Ergebnissen, selbstständiges Arbeiten, Umgang mit Fehlern, Arbeiten mit Lösungsheften, Strukturieren von Projektarbeit, Erstellen von Plakaten – diese und viele weitere fachübergreifende Arbeitsmethoden lassen sich durch die Aufträge der *mathewerkstatt* und die unterrichtsmethodischen Umsetzungsvorschläge in den Handreichungen immer wieder anregen und fördern. Welche Arbeitsmethoden in welchem Kapitel bewusst gefördert werden, wird jeweils auf der Handreichungen-Seite zur Checkliste vorgeschlagen (s. S. 21). Dort wird auch Hilfestellung gegeben, um einen tragfähigen Fachwortschatz aufzubauen.

Speziell für die Arbeitsmethoden zum Lesen und Schreiben gibt es Fördermaterial für die Hand der Lernenden, denn Texte lesen, verstehen und selbst verfassen können, ist nicht nur im schulischen Kontext für die Schülerinnen und Schüler wichtig. So wird bereits in Klasse 5 (in den Kapiteln „Größen“, und „Dezimalzahlen verstehen und addieren“) bewusst thematisiert, wie man Texte lesen und verstehen kann. Dies ist wichtig, um Aufgabenstellungen, mathematische Texte oder Lösungsbeispiele erfassen zu können.



Auch das Schreiben wird in der *mathewerkstatt* bewusst gefördert.

Es beginnt mit der Heftführung, dem Aufschreiben von eigenen Ideen und Lösungsansätzen als einem ersten wichtigen Schritt im Lernprozess. Die Schülerinnen und Schüler werden immer wieder zum Schreiben angeregt, z. B. in Schreibgesprächen, Lernlogbucheinträgen, beim verständlichen Präsentieren von Arbeitsergebnissen oder beim selbstständigen Verfassen von Aufgaben für Mitschülerinnen und -schüler. Durch die Verlangsamung des Schreibens im Vergleich zum Sprechen, wird eine individuelle Durchdringung und ein Ausschärfen der Gedanken vollzogen. Für die Lehrperson haben solche „Schreibstücke“ ein großes diagnostisches Potenzial. Erläuterungen zu den einzelnen Unterrichtsmethoden befinden sich auf S. 481 ff.

Wie werden die neuen Medien in der mathewerkstatt integriert?

Als Mittler dienen Medien stets dazu, mathematische Tätigkeiten sinnvoll zu unterstützen, so auch in der *mathewerkstatt*.

Dabei gibt es verschiedene Arten von Medien:

- **Applets** sind elektronische Lernumgebungen, die einen bestimmten mathematischen Inhalt in besonderer Weise darstellen und zur Verfügung stellen, z. B. einen dynamischen Zahlenstrahl, in den man schrittweise hineinzoomen kann und dabei die besondere Struktur von Dezimalzahlen für das immer genauere Messen erfährt.
- **Digitale Werkzeuge** sind umfassendere Programme, die für viele verschiedene Aufgaben dienlich sind. Sie helfen, zeitweilig vom Rechen- und Zeichenaufwand zu entlasten und Mathematik in manchen Bereichen besser zu verstehen und Zusammenhänge deutlicher zu erkennen. Zu den digitalen Werkzeugen, die für Mathematik relevant sind, gehören neben dem einfachen Taschenrechner die Tabellenkalkulation, Geometriesoftware und Funktionenplotter. In Klasse 5 und 6 werden Taschenrechner und Tabellenkalkulation eingeführt und genutzt.

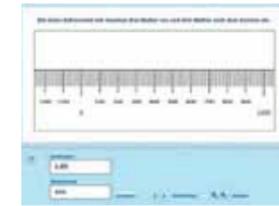
Applets sind in der Regel selbsterklärend, digitale Werkzeuge brauchen eine gezielte Einführung. Hierzu werden Hilfen bereitgestellt (sogenannte Methodenspeicher), die die Funktionalität erläutern und langfristig zur Verfügung stehen. Gerade im Zusammenhang mit der Einführung von digitalen Werkzeugen wird zuweilen die Reihenfolge zwischen Erkunden und Ordnen umgedreht, um erst die technischen Bedien-Fertigkeiten zu sichern und sie dann in komplexen Anwendungen zu nutzen.

In Klasse 5 und 6 werden in der *mathewerkstatt* folgende digitale Werkzeuge integriert:

- Der **Taschenrechner** wird im Kapitel „Dezimalzahlen multiplizieren und dividieren“ eingeführt, um kompliziertere Rechnungen zu bearbeiten. Das Kopfrechnen hingegen wird gestärkt, indem beispielsweise die Größenordnung der durch den Rechner produzierten Ergebnisse beurteilt wird.
- Die **Tabellenkalkulation** wird zum ersten Mal im Kapitel „Diagramme“ genutzt, um Daten einzugeben und Diagramme zu erstellen.

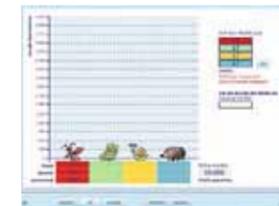
Folgende Applets werden z. B. speziell in der *mathewerkstatt* in den Klassen 5 und 6 eingesetzt:

- Kapitel „Dezimalzahlen verstehen“:
Das Applet „Zahlenstrahl“ visualisiert dynamisch das Reinzoomen und macht so die Struktur von Dezimalzahlen erlebbar.



(011-1)

- Kapitel „Zufall“:
Das Applet „Wettkönig“ erlaubt die schnelle Simulation der zu untersuchenden Zufallsversuche und damit einen Zugriff auf das Gesetz der großen Zahlen.



(in Klasse 6)

In Klasse 7/8 gibt es weitere Applets. Hier werden aber auch die digitalen Werkzeuge verstärkt eingesetzt. Bei der Tabellenkalkulation wird gelernt, wie man mit Formeln arbeitet. Die Geometriesoftware wird zum Erkunden von geometrischen Zusammenhängen genutzt und der Funktionenplotter hilft, in der Funktionslehre den Zusammenhang zwischen Term und Graph zu durchdringen.



Wie kann der Unterricht mit der mathewerkstatt aussehen?

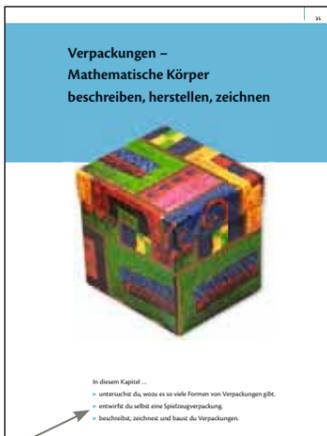
Einstieg Aktivieren von Vorerfahrungen, Hinführen mit Kernfragen

Worum geht es?
 Jedes Kapitel beginnt mit einer Auftaktseite, auf der die Tätigkeiten und Ziele des Kapitels in einer für die Lernenden verständlichen Sprache stehen, sodass sie vorab besprochen werden können. Darauf folgen zwei Einstiegsseiten, die auf den Kontext des Kapitels einstimmen. Eine Alltagssituation dient als Anlass, Vorwissen zu aktivieren und erste Erfahrungen zu sammeln. Die Lernenden können Fragen formulieren, die leitend für die Arbeit mit diesem Kapitel sind. Dabei erhält die Lehrperson diagnostische Hinweise zum Wissensstand der Klasse sowohl hinsichtlich mathematischer Kompetenzen (das Vorwissen, die Bereitschaft und die Fähigkeit der Lernenden, bereits behandelte mathematische Konzepte anzuwenden) als auch hinsichtlich der vorunterrichtlichen Vorstellungen.

Wie sieht der Unterricht dazu aus?
 Die Einstiegsseiten können verschieden genutzt werden:

Variante „Einstimmung“ (5–10 min): Man schaut miteinander die Seiten an, um auf das Thema einzustimmen. Ein kurzer Impuls regt die Lernenden an, ihre Wahrnehmung der Situation zu beschreiben und über mögliche Vorerfahrungen zu sprechen. Danach kann man mit den Erkundungsaufgaben einsteigen.

Variante „Aufgabe“ (10–40 min): Die dargestellte Situation wird als Aufgabe aufgefasst, bei der zentrale Aspekte des Kapitels schon angeschnitten werden können.



Hier stehen die Tätigkeiten und Ziele des Kapitels in einer für die Lernenden verständlichen Sprache, sodass sie vorab besprochen werden können.

nen. Die Lernenden werden dazu angeregt, zentrale Fragen zu formulieren, die sich in dieser Situation stellen. Diese können auf einem Poster oder an der Tafel festgehalten werden und die Klasse durch das Kapitel begleiten. Mitunter werden dabei bereits einige Erkundungsaufgaben der nachfolgenden Seiten bearbeitet.

Variante „Projekt“ (mehrere Stunden): Die Situation dient als Ausgangspunkt einer projektartigen Erarbeitung des ganzen Kapitelthemas. Ausgehend von den zentralen Fragen werden einzelne Erkundungen und Ordnenaufgaben des Kapitels können von der Lehrkraft im Laufe der Projektarbeit flexibel als Anregung für Einzelaufträge oder zur Zwischensammlung verwendet werden.

Diese Form entfernt sich am weitesten von der im Buch angebotenen konkreten Erarbeitungsfolge und benötigt deshalb auch mehr Vorbereitungsaufwand.

Literatur

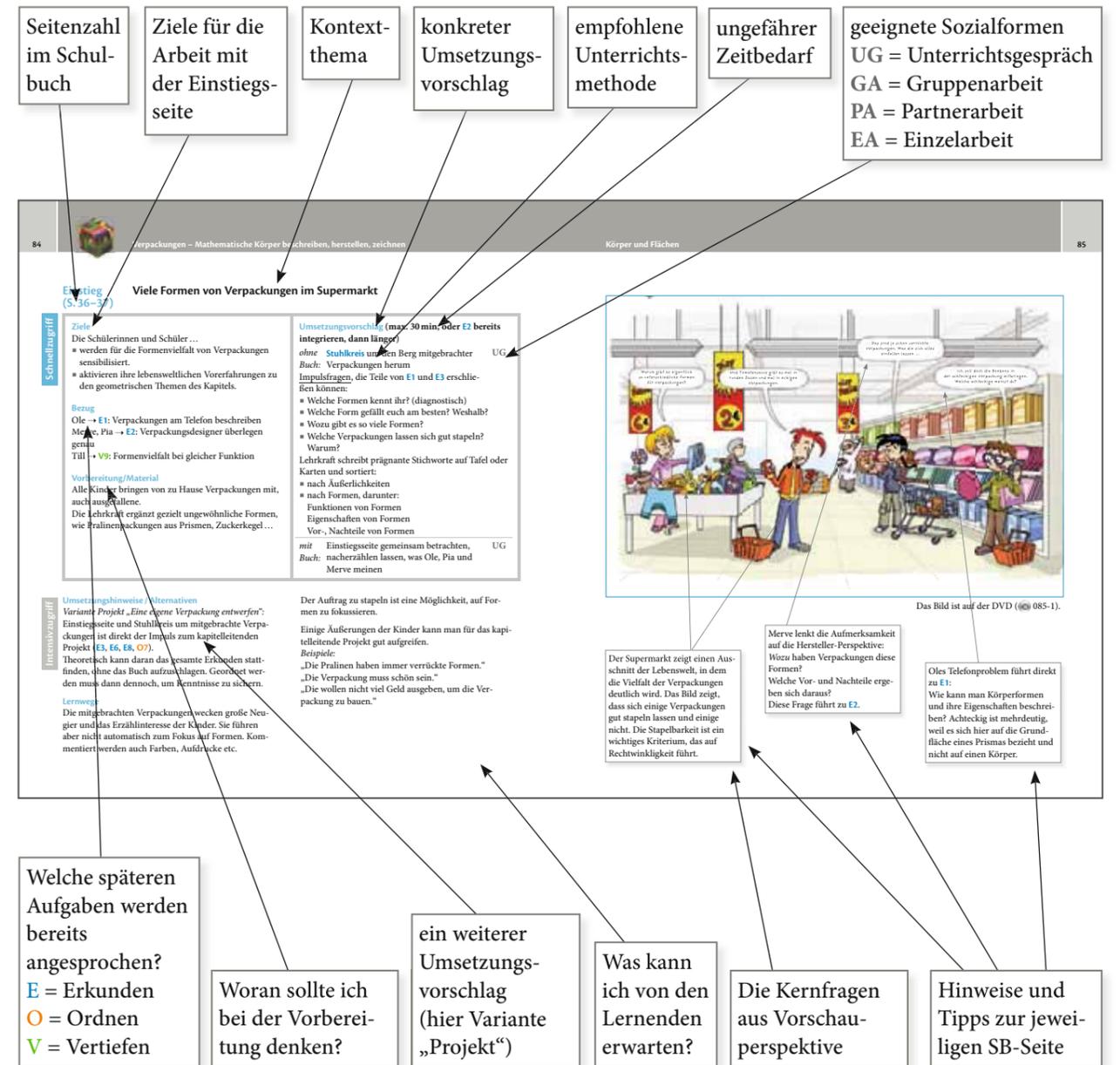
- Leuders, Timo / Hußmann, Stephan / Barzel, Bärbel / Prediger, Susanne (2011): „Das macht Sinn!“ Sinnstiftung mit Kontexten und Kernideen, in: Praxis der Mathematik in der Schule 53 (37), 1–9.
- Lengnink, Katja / Prediger, Susanne / Weber, Christof (2011): Lernende abholen, wo sie stehen – Individuelle Vorstellungen aktivieren und nutzen, in: Praxis der Mathematik in der Schule 53 (40), 2–7.



Die Einstiegssituation kann man als Gesprächsanlass nutzen.

Was bieten die Handreichungen dazu?

In den Handreichungen findet man vielfältige Unterstützung für die Vorbereitung und Unterrichtsgestaltung. Zur Ausgestaltung der unterschiedlichen Szenarien bieten die Handreichungen Umsetzungsvorschläge an, aber auch Hilfen in Form von Differenzierungsimpulsen, diagnostischen Aspekten und möglichen Lernwegen. Dabei gibt es zu jeder Seite im Schulbuch eine Doppelseite in den Handreichungen mit dazu passenden Informationen. Auf der rechten Seite ist die Schulbuchseite abgebildet, ergänzt durch nützliche Informationen auf einen Blick. Auf der linken Seite befinden sich didaktische Hinweise, unterteilt in „Schnellzugriff“ und „Intensivzugriff“. Im **Schnellzugriff** werden die wichtigsten Hinweise für die Vorbereitung der Stunde gegeben: Ziele, Materialien und ein konkreter Unterrichtsvorschlag. Im **Intensivzugriff** findet man zusätzlich Hinweise auf Umsetzung, Alternativen sowie Diagnose- und Differenzierungsmöglichkeiten.



- Welche späteren Aufgaben werden bereits angesprochen?
 E = Erkunden
 O = Ordnen
 V = Vertiefen
- Woran sollte ich bei der Vorbereitung denken?
- ein weiterer Umsetzungs-vorschlag (hier Variante „Projekt“)
- Was kann ich von den Lernenden erwarten?
- Die Kernfragen aus Vorschau-perspektive
- Hinweise und Tipps zur jeweiligen SB-Seite



Erkunden Mit anregenden Problemen eigene Wege gehen

Worum geht es?

Im **Erkunden** wird an reichhaltigen Problemstellungen gearbeitet. Dabei werden mathematische Begriffe und Verfahren von den Schülerinnen und Schülern selbst (nach)erfunden. Mathematische Ideen und Zusammenhänge werden also genetisch entwickelt. Hierbei stehen die Erfahrungen im Vordergrund und nicht die fachlich konsolidierte, „fertige“ Mathematik. Hier können und sollen die Schülerinnen und Schüler in ihrer eigenen Sprache über Mathematik reden und ihre eigenen Lernwege beschreiben. Dieses Erkunden soll dazu führen, dass die Lernenden genügend Erfahrungen mit den Inhalten machen, sodass sie bereits ein grundlegendes Verständnis für die „neuen“ Inhalte des Kapitels entwickelt haben, bevor das Neue systematisiert wird (z. B. *Bedeutungen eines Bruches in verschiedenen Situationen und Darstellungen erleben, bevor man mit der Formalisierung beginnt*).

Wie sieht der Unterricht dazu aus?

Beim **Erkunden** sollen Schülerinnen und Schüler sowohl eigene Wege gehen als auch mit anderen zusammen über die Probleme und Ideen kommunizieren und miteinander die Probleme lösen. Zu Beginn sollte die Lehrkraft in die Aufgabe einführen, sodass alle Lernenden daran arbeiten können. Dann aber sollten die Schülerinnen und Schüler selbst aktiv werden. Die Lehrkraft kann die Arbeit durch Impulse unterstützen und dabei diagnostische Informationen darüber sammeln, welche Wege die Lernenden gehen und was ihnen möglicherweise schwer fällt.

ren und miteinander die Probleme lösen. Zu Beginn sollte die Lehrkraft in die Aufgabe einführen, sodass alle Lernenden daran arbeiten können. Dann aber sollten die Schülerinnen und Schüler selbst aktiv werden. Die Lehrkraft kann die Arbeit durch Impulse unterstützen und dabei diagnostische Informationen darüber sammeln, welche Wege die Lernenden gehen und was ihnen möglicherweise schwer fällt.

Am Ende der Arbeitsphasen stehen oft Reflexionen in Form eines **nachgedacht**. Hier werden im Unterrichtsgespräch wichtige Ergebnisse verglichen und Erfahrungen reflektiert. Dieser Schritt bereitet das systematische Festhalten im zugehörigen **Ordnen** vor.

Literatur

- Freudenthal, Hans (1973): *Mathematik als pädagogische Aufgabe*, Bd. 1, Klett Verlag, Stuttgart.
- Leuders, Timo / Hußmann, Stephan / Barzel, Bärbel / Prediger, Susanne (2011): „Das macht Sinn!“ Sinnstiftung mit Kontexten und Kernideen, in: *Praxis der Mathematik in der Schule* 53 (37), 1–9.

Kapitelicon als Begleiter für ein Kapitel

Beginn der Etappe A mit dem Erkunden

Kernfrage, der in dieser Etappe nachgegangen wird

Hinweis auf ein neues Wort mit Erklärung

Aufgabenüberschrift zum schnellen Erfassen des Aufgabenthemas

Hinweis auf benötigtes Material etc.

Nachgedachtaufgabe zur Reflexion und Vorbereitung des Ordners

Zur Ergänzung zum Schulbuch gib es unterstützende Materialien im **Materialblock** (z. B. zum Schneiden, Spielen oder Ausfüllen), in der **Materialkoffer** (z. B. Material zum Zusammenbauen von Körpern) oder im **Online-Angebot** (z. B. kleine Applets zum selbständigen Erkunden von Zusammenhängen).

Hinweise auf diese Materialien sind auf dem Rand des Schulbuchs vermerkt.

Beispiele:

► **Materialblock S. 15**
Wissenspeicher *Körper und Flächen*

Hinweis
Den Mitschnitt des Interviews als Ton-Datei findest du im Internet.
www.049-1

Hinweis
Das Applet „Würfelbauten“ findest du im Internet unter dem Mediencode
www.063-1

Hinweis auf Datei im Internet: www.cornelsen.de/mathewerkstatt
Buchkennung: MWS040442

Mediencode (hier: 063-1)

Was bieten die Handreichungen dazu?

Seitenzahl im Schulbuch

Ziele für die Arbeit mit dieser Seite

Kernfrage dieser Etappe

Hinweis auf passende Aufgaben im Ordnen oder Vertiefen

konkreter Umsetzungsvorschlag (eine Möglichkeit) und ungefähre Zeitbedarf

mögliche Hausaufgaben

geeignete Sozialformen
UG = Unterrichtsgespräch
GA = Gruppenarbeit
PA = Partnerarbeit
EA = Einzelarbeit

Materialkoffer

► **Materialblock S. 15**
Wissenspeicher *Körper und Flächen*

Hinweis
Den Mitschnitt des Interviews als Ton-Datei findest du im Internet.
www.049-1

Hinweis
Das Applet „Würfelbauten“ findest du im Internet unter dem Mediencode
www.063-1

Materialblock (z. B. zum Schneiden, Spielen oder Ausfüllen), in der **Materialkoffer** (z. B. Material zum Zusammenbauen von Körpern) oder im **Online-Angebot** (z. B. kleine Applets zum selbständigen Erkunden von Zusammenhängen).

Hinweise auf diese Materialien sind auf dem Rand des Schulbuchs vermerkt.

Beispiele:

► **Materialblock S. 15**
Wissenspeicher *Körper und Flächen*

Hinweis
Den Mitschnitt des Interviews als Ton-Datei findest du im Internet.
www.049-1

Hinweis
Das Applet „Würfelbauten“ findest du im Internet unter dem Mediencode
www.063-1

Hinweis auf Datei im Internet: www.cornelsen.de/mathewerkstatt
Buchkennung: MWS040442

Mediencode (hier: 063-1)

Woran sollte man bei der Vorbereitung denken?

Welche Differenzierungsmöglichkeiten bieten sich an?

Welche weiteren Hinweise und Alternativen können bei der Stunden-gestaltung helfen?

Welche Unterrichts-methode eignet sich?

Welche individuellen Lö-sungen kann man erwar-ten?

Welche nützli-chen Tipps sollte man hier beach-ten?

Wie lan-ge etwa dauert die Bear-beitung dieser Teilauf-gabe?

Welches Ziel hat diese Teilauf-gabe?



Ordnen Systematisieren und Sichern im Wissenspeicher

Worum geht es?

Im Kernprozess des **Ordners** werden die Erkenntnisse und Erfahrungen aus dem Erkunden-Teil systematisiert und gesichert:

- Die Erfahrungen und Erkenntnisse werden bewusst gemacht (Reflektieren).
- Das individuell Erarbeitete wird mit dem regulären mathematischen Wissen abgeglichen (Regularisieren).
- Die einzelnen Einsichten werden zueinander in Beziehung gesetzt (Vernetzen).
- Das Gelernte wird im Wissenspeicher festgehalten, um später darauf zugreifen zu können (Dokumentieren).

Wie sieht der Unterricht dazu aus?

Damit das Gelernte nachhaltig gesichert wird, ist es entscheidend, die Lernenden möglichst aktiv am **Ordnen** zu beteiligen. Sie sollen zunächst selbst nachdenken, dann die eigenen Vorschläge mit anderen vergleichen und optimieren. Am Schluss wird ein gemeinsames Ergebnis im Wissenspeicher festgehalten. Die Lehrkraft erfüllt dabei eine wichtige Moderations- und Kontrollfunktion. Nur kontrollierte Ergebnisse sollten im Wissenspeicher langfristig festgehalten werden.

Im Unterricht bewährt hat sich dazu insbesondere die Methode **Ich-Du-Wir** (vgl. S. 485):

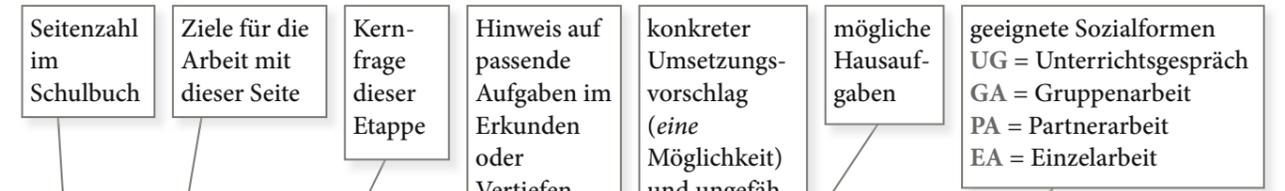
- Ich = individuelles Bearbeiten,
- Du = Vergleichen mit Partner oder Gruppe,
- Wir = Einigung auf festzuhaltendes Ergebnis in der Klasse.

Der **Wissenspeicher** begleitet die Lernenden über das Kapitel hinaus durch die Wochen eines oder mehrerer Schuljahre. Daher sollten verbindliche Regeln zum Aufbewahren etabliert werden. Die Lernenden sollten neben dem Matheheft, in dem die Prozesse (Aufgabenideen, Hausaufgaben etc.) aufgeschrieben werden, ein **Produktheft** (ideal als Schnellhefter) führen. Dort können sie die Wissens- und Methodenspeicher sowie Checklisten aller Kapitel aufbewahren. In dem Doppeljahrgang 5/6 kommen dabei etwa 90 Seiten zusammen. Zur besseren Ordnung und Übersicht wird ein Inhaltsverzeichnis (vgl. S. 455 sowie 016-1) und eine Kurzfassung der Wissenspeicher-Seiten (vgl. S. 474 bis 476 sowie 016-2) zur Verfügung gestellt. Spätere Kapitel greifen immer wieder auf diesen Wissenspeicher zu. Sollte er einmal fehlen, stehen in den Handreichungen auch ausgefüllte Wissenspeicherseiten zur Vervielfältigung zur Verfügung. Die spätere Arbeit mit dem Wissenspeicher muss bewusst von den Schülerinnen und Schülern gelernt werden. Dazu bietet das Buch immer wieder explizite Gelegenheiten.

Literatur

- Prediger, Susanne / Barzel, Bärbel / Leuders, Timo / Hußmann, Stephan (2011): Systematisieren und Sichern. Nachhaltiges Lernen durch aktives Ordnen, in: Mathematik lehren 164, 2–9. (als Download unter: www.ko-si-ma.de)

Was bieten die Handreichungen dazu?



Wie kann man Körper und ihre Eigenschaften beschreiben und nutzen?

01 Ziele
Die Schülerinnen und Schüler...
 • reflektieren den eigenen Gebrauch der Fachsprache.
 • sichern die Fachbegriffe und erkennen ihren Nutzen.
 • systematisieren geometrische Formen und deren Fachbegriffe (2D/3D) bzw. zweidimensional und dreidimensional.
 • gleichen Alltagsbegriffe und Fachbegriffe ab.

01 Umsetzungsvorschlag (ca. 45 min)
 1a) Reflexion des Beschreibens von Formen: Auswahl aus einer Liste von Wörtern
 1b) Karten ordnen;
 1c) vergleichen
 1d) nochmaliges Beschreiben von Formen mit Bildern (statt Material), um Nützlichkeit erfahrbar zu machen
 1e) Wo sind Fachwörter außerdem wichtig? (kann auch als HA bearbeitet werden)

01 Vorbereitung/Material
zu b): Scheren, Arbeitsmaterial (MB S. 20/21);
zu 1c): Wissenspeicher (MB S. 15);
zu 1d): Verpackungen oder Steckmaterial; herstellen, dass auch komplexe Formen dabei sind

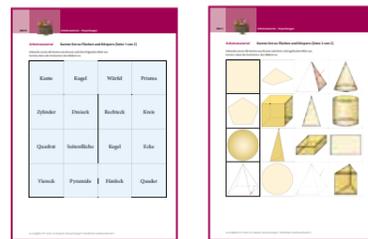
01 Erwartungshorizont
Beispiel für ausgefüllten Wissenspeicher S. 420 Auszug:

01 Lernwege
Mögliche Schwierigkeiten:
Lernende kennen in der Regel aus der Grundschule und dem Alltag Würfel, Vierecke, Dreiecke, Kugeln und Kreise, verwechseln aber häufig 2D- und 3D-Bezeichnungen. Deswegen werden die Begriffe explizit danach sortiert.
Ober- und Unterbegriffe werden oft als solche nicht verstanden: Ist ein Quadrat ein Rechteck? Ist ein Würfel ein Quader?
V7 befasst sich ausführlich mit diesem Problem.

01 Differenzierung
In Klassen mit geringem Fachvokabular lohnt sich zu 1b) und 1c) eine sorgfältige Klärung der Fachbegriffe.
Wer im Erkunden viel Zeit für das wechselseitige Beschreiben gebraucht hat, sollte für 1d) nicht zu komplizierte Körper auswählen. Wichtig ist es hier zu merken, dass es nun besser klappt.
Für Stärkere: Gibt es wirklich 2D-Dinge? Hierzu sollen Schülerinnen und Schüler Beispiele suchen und kritisch prüfen.

3D:
Körper: Kugel, (Dreiecks-)Pyramide, (Dreiecks-)Prisma, Kegel, Zylinder, Quader, Würfel
Körperanteile: Seitenfläche, Ecke, Kante
2D:
Flächen: Kreis, Dreieck, Fünfeck, Rechteck, Quadrat
Flächenteile: Ecke, Seite

Passendes Arbeitsmaterial im Materialblock:



Vorstrukturierter Wissenspeicher im Materialblock:



Kernfrage passend zur entsprechenden Etappe im Erkunden

Hinweis auf passendes Material im Materialblock

Hier werden die Ergebnisse des Ordners zusammengetragen und für den Wissenspeicher aufbereitet.

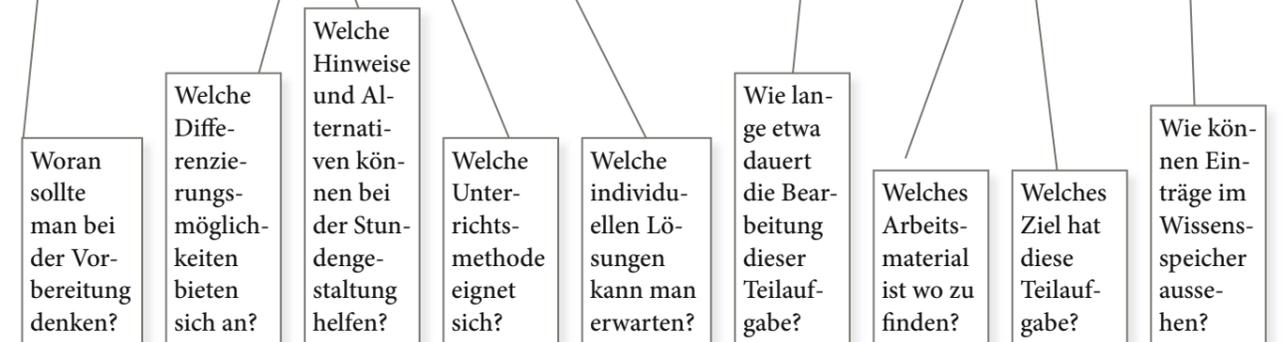
01 Vorbereitung/Material
zu b): Scheren, Arbeitsmaterial (MB S. 20/21);
zu 1c): Wissenspeicher (MB S. 15);
zu 1d): Verpackungen oder Steckmaterial; herstellen, dass auch komplexe Formen dabei sind

01 Erwartungshorizont
Beispiel für ausgefüllten Wissenspeicher S. 420 Auszug:

01 Lernwege
Mögliche Schwierigkeiten:
Lernende kennen in der Regel aus der Grundschule und dem Alltag Würfel, Vierecke, Dreiecke, Kugeln und Kreise, verwechseln aber häufig 2D- und 3D-Bezeichnungen. Deswegen werden die Begriffe explizit danach sortiert.
Ober- und Unterbegriffe werden oft als solche nicht verstanden: Ist ein Quadrat ein Rechteck? Ist ein Würfel ein Quader?
V7 befasst sich ausführlich mit diesem Problem.

01 Differenzierung
In Klassen mit geringem Fachvokabular lohnt sich zu 1b) und 1c) eine sorgfältige Klärung der Fachbegriffe.
Wer im Erkunden viel Zeit für das wechselseitige Beschreiben gebraucht hat, sollte für 1d) nicht zu komplizierte Körper auswählen. Wichtig ist es hier zu merken, dass es nun besser klappt.
Für Stärkere: Gibt es wirklich 2D-Dinge? Hierzu sollen Schülerinnen und Schüler Beispiele suchen und kritisch prüfen.

3D:
Körper: Kugel, (Dreiecks-)Pyramide, (Dreiecks-)Prisma, Kegel, Zylinder, Quader, Würfel
Körperanteile: Seitenfläche, Ecke, Kante
2D:
Flächen: Kreis, Dreieck, Fünfeck, Rechteck, Quadrat
Flächenteile: Ecke, Seite





Vertiefen Flexibles Üben, Wiederholen, Vernetzen und Erweitern

Worum geht es?

Nach dem Erkunden und Ordnen von neuen mathematischen Begriffen, Verfahren und Zusammenhängen müssen die Lernenden mit diesem neuen Wissen umgehen lernen und die neuen Vorgehensweisen üben. Dazu bietet das **Vertiefen** verschiedene Gelegenheiten an:

- Beim **Training** von grundlegenden Fertigkeiten geht es sowohl um Wiederholen und Automatisieren als auch um ein flexibles Durcharbeiten. Dabei wird viel Wert darauf gelegt, dass durchweg grundlegende Vorstellungen aktiviert und gefördert werden, damit die neuen Inhalte wirklich verstanden werden.
- Viele Aufgaben sind bewusst aus anderen Kontexten als dem Kapitelkontext gewählt, um den **Transfer** zu fördern. Dabei wird das Neue flexibel angewendet und die Lernenden sehen, wo ihr neues Wissen überall einsetzbar und wichtig ist.
- Auch einfache Problemlöseaufgaben unterstützen den Transfer des neuen Wissens auf weitere Situationen. Zugleich fördern sie aber auch allgemeine Kompetenzen wie z. B. das **Problemlösen** oder das **Modellieren**.

Wie sieht der Unterricht dazu aus?

Die angebotenen **Vertiefen**aufgaben folgen Prinzipien des „produktiven“ oder „intelligenten Übens“. Diese Aufgaben, die dem Wiederholen und Automatisieren dienen, regen immer auch zum Untersuchen von Mustern, zum Entdecken und Reflektieren an.

Dadurch werden sie für die Lernenden interessant und fördern das vertiefte Verständnis. Sie können auf verschiedenen Ebenen bearbeitet werden, sind also „selbstdifferenzierend“.

Kleine Entdeckungen, die die Lernenden hier machen, motivieren individuell. Sie können, aber sie müssen nicht mit der ganzen Klasse diskutiert werden. Geübt werden kann zu jedem Zeitpunkt des Kapitels: Nach einer ersten Erkundung, in der Hausaufgabe, nach Ordnenaufgaben oder auch nach einer ganzen Etappe. Welche Aufgabe an welcher Stelle besonders geeignet ist, erkennen die Lernenden an der Checkliste, die Lehrenden zusätzlich an der Strukturtafel des Kapitels (s. S. 7) und in den Handreichungen bei den Kommentaren zu den Erkunden- und Ordnen-Seiten.

Das **Vertiefen** gliedert sich nicht exakt nach den Etappen A, B, C... des Erkundens, sondern nach den Kompetenzbereichen des Kapitels: Vertiefen 1, 2, 3.

Literatur

- Winter, Heinrich (1984): Begriff und Bedeutung des Übens im Mathematikunterricht. In: Mathematik lehren 2, 4–16.
- Leuders, Timo (2009): Intelligent üben und Mathematik erleben, in: T. Leuders, L. Hefendehl-Hebeker & H.-G. Weigand (Hrsg.): Mathemagische Momente. Cornelsen, Berlin, 130–143. (als Download unter: www.ko-si-ma.de)

Weitere Typen von Vertiefenaufgaben:

Weitergedacht – Aufgaben führen über den Kern des Kapitels hinaus.

26 Bastelbögen für Schachteln

a) Zeichne einen Bastelbogen mit Klebeflächen für eine Schachtel. Die Schachtel soll 4 cm breit, 4 cm tief und 6 cm hoch sein. Bause die Schachtel zusammen.

Problemlösen – Aufgaben sind etwas offener.

12 Was ist denn hier passiert?

a) Welche mathematischen Körper sind den folgenden Gegenständen ähnlich? Wie müssten die passenden mathematischen Körper verändert werden, damit sie wie diese Gegenstände aussehen?

b) Suche weitere Beispiele für ähnliche Gegenstände wie in a).

Die Kategorien „Transfer“, „Erweiterung“ und „erneute Erarbeitung“ sind im Schulbuch nicht extra gekennzeichnet, weil die Lernenden mit dieser Information nicht viel anfangen können. In den Handreichungen sind diese Kategorien des Vertiefens aber ausgewiesen.

Kompetenzbereich, der hier vertieft wird

Hinweis auf den Typ einer Aufgabe, hier **Training** zum Wiederholen, Automatisieren und flexiblen Durcharbeiten

Hier werden Parallelaufgaben auf zwei Niveaus angeboten: links einfacher, rechts schwerer

Was bieten die Handreichungen dazu?

Im Vertiefen-Teil der Handreichungen werden die Aufgaben nicht mehr seitenweise (wie im Erkunden- und im Ordnen-Teil) kommentiert, sondern Aufgabe für Aufgabe mit Hinweisen versehen.

Kompetenz, die in diesem Abschnitt des Vertiefens gefördert wird

Seiten im Schulbuch, die zu diesem Abschnitt gehören

Ziele der Aufgaben dieses Abschnittes im Zusammenhang

Seite im Schulbuch, auf der diese Aufgabe steht

Typ dieser Aufgabe sowie ungefährer Zeitbedarf

Bezug zur entsprechenden Aufgaben im Erkunden oder Ordnen

Hinweise zur Umsetzung im Unterricht, zur Differenzierung und zur Diagnose

Lösungen dieser Aufgabe

Vertiefen 4 (S. 59–63)

Schrägbilder zeichnen

Verstehen und Anwenden von Zeichenregeln für Schrägbilder

Hintergrund

V36–V49 dienen dem Üben und Reflektieren der Zeichenfertigkeit zu Schrägbildern: Die Zeichenkonvention wird in V39 noch einmal grundlegend dynamisch motiviert. Zeichenfertigkeiten werden in V36–V38 und V42–V44 eingeübt, in V43 Schwierigkeiten expliziert. V45–V48 bieten komplexere Anlässe, sich mit Schrägbildern und dreidimensionalen Körpern auseinanderzusetzen, die insbesondere das räumliche Vorstellungsvermögen anregen sollen. V49 ist die zentrale Abschlussaufgabe des Kapitels, in der alles zusammen geübt werden kann.

Typus Training

Dauer ca. 10 min

Seite 59

36 Ein Schrägbild eines Quaders lesen und zeichnen

Ablesen von Maßen aus einem Schrägbild und Zeichnen eines Schrägbildes

a) Das Bild rechts zeigt ein Schrägbild einer quaderförmigen Schachtel. Welche Maße hat die Schachtel?

b) Zeichne das Schrägbild einer Schachtel, die genauso tief ist wie in a), aber doppelt so breit und doppelt so hoch.

OS

Grundaufgabe zum Verstehen und Zeichnen von einfachen Schrägbildern; als HA geeignet

Umsetzung: **Stationenzirkel** (vgl. S. 490) mit den Aufgaben V36–V39, (V41 zur Differenzierung), damit in V39 in Kleingruppen am Applet gearbeitet werden kann.

a) Breite: 4,5 cm, Höhe: 2,5 cm, Tiefe: 3 cm

b) entsprechendes Schrägbild mit 9 cm Breite, 5 cm Höhe und 3 cm Tiefe

Zu diesen Handreichungen gehört auch ein Lösungsheft für Schülerinnen und Schüler mit für sie verständlich dargestellten Lösungen zu den Vertiefenaufgaben. Dieses Heft kann bei Bedarf den Lernenden zur Selbstkontrolle zur Verfügung gestellt werden.

Beispielseite aus dem Lösungsheft für Schülerinnen und Schüler:

Lösungen

Verpackungen – Mathematische Körper beschreiben, herstellen, zeichnen

38 Verschiedene Schrägbilder zu einem Quader

a) Schrägbilder ① und ② gehören zum gleichen Quader. (erkennbar an den Maßen der Schrägbilder)

b) Für jeden Quader mit drei unterschiedlichen Kantenlängen gibt es sechs mögliche Schrägbilder.

c)

Seite 61

42 Besondere Schrägbilder zeichnen

a) (1) (2)

b) Die Kante vorn oben und die Kante hinten unten liegen auf einer Karolinie.

43 Schrägbilder zeichnen ohne Kästchenpapier

a)

b) Im linken Schrägbild sind die nach hinten verlaufenden Kanten nicht parallel zueinander. Im rechten Schrägbild müsste die Kante rechts



Überprüfen Flexibles Üben, Wiederholen, Vernetzen und Erweitern

Worum geht es?

Die Checkliste gibt einen Überblick über die zentralen Kompetenzen, die im Kapitel nachhaltig erworben werden sollen. Die Kompetenzen sind bewusst für Schülerinnen und Schüler verständlich formuliert und werden jeweils an einer Beispielaufgabe konkretisiert. Im Materialblock befindet sich die Checkliste mit der Möglichkeit zur Selbsteinschätzung.

Die mathewerkstatt will mit der Checkliste einen langfristigen und nachhaltigen Kompetenzerwerb erreichen, an dem die Schülerinnen und Schüler aktiv und bewusst beteiligt sind.

Dies dient insbesondere einer gezielten Wiederholung, zum Beispiel für die Klassenarbeit.

Wie sieht der Unterricht dazu aus?

Ein gemeinsamer Blick mit den Lernenden auf die Kompetenzen der Checkliste nach Erarbeitung und Sicherung der Inhalte gibt einen guten und schnellen Überblick, wo man mit der Erarbeitung gerade steht und welche Übungsaufgaben passend sind.

Literatur

- Fernholz, Jutta / Prediger, Susanne (2007): „... weil meist nur ich weiß, was ich kann!“ Selbstdiagnose als Beitrag zum eigenverantwortlichen Lernen. In: Praxis der Mathematik in der Schule 49 (15), 14–18.

Titel des entsprechenden Kapitels

Kompetenz, die in diesem Kapitel erworben werden soll

Beispielaufgabe zur Unterstützung der Selbsteinschätzung durch die Lernenden

Welche Vertiefenaufgaben können zur Sicherung dieser Kompetenz wiederholt werden?

Hinweis auf die Checkliste im Materialblock, die mit handschriftlichen Eintragungen versehen werden kann

Checkliste zum Ausfüllen im Materialblock:

Bezug zur Seite im Schulbuch

„Zielscheibe“ zur Selbsteinschätzung

Was bieten die Handreichungen dazu?

Seitenzahl der Checkliste im Schulbuch

Kapitelname und mathematischer Inhalt

Hinweise zu den Kompetenzen, die im Kapitel vertieft werden, aber nicht explizit auf der Checkliste stehen

Hinweise zu den arbeitsmethodischen Kompetenzen dieses Kapitels

notwendiges Vokabular für eine gezielte Wort-schatzarbeit

Die Hinweise beziehen sich auf die Aufgaben im Schulbuch. Alternativ kann mit den zusätzlichen Trainingsaufgaben auf der DVD geübt werden (DVD 137-1)

Wichtig ist auch das Erkennen und Benennen von Formen an realen Objekten.

Wichtig ist das Erkennen von zueinander senkrechten und parallelen Linien auch an realen Objekten.

Hier reicht das Zeichnen auf Kästchenpapier mit 3 nach hinten laufenden Kanten.

In diesem Kapitel wird auf folgende Kompetenzen aus der Grundschule zurückgegriffen:

- einfache Grundbegriffe wie Quadrat, Rechteck, Kreis, Dreieck sowie Quader, Zylinder, Kugel kennen
- gerade Linien bestimmter Länge mit dem Geodreieck zeichnen

Basiskompetenzen dieses Kapitels, die in der Übekartei aufgegriffen werden:

- K1 Ich kann Flächen erkennen und benennen.
- K2 Ich kann Körper erkennen und benennen.
- K3 Ich kann zueinander parallele und zueinander senkrechte Linien in meiner Umgebung finden.
- Ich kann mit dem Geodreieck und gespiertem Bleistift zueinander parallele und zueinander senkrechte Linien und Rechtecke ordentlich zeichnen.

Das Projekt bietet die zentrale Möglichkeit für eine alternative Leistungsbeurteilung in diesem Kapitel. Es kann als längerfristige Hausaufgabe (Facharbeit, erweiterter Kompetenznachweis) organisiert werden. Dabei wird eine eigene Verpackung entworfen und dokumentiert inkl. Präsentation. Für die sehr wichtige frühzeitige Transparenz der Bewertungskriterien werden in E3c die Kriterien gemeinsam erarbeitet, auf ein Plakat geschrieben und fortlaufend ergänzt. Die Lernenden werden in O7 an der Bewertung beteiligt. Das letzte Wort behält die Lehrkraft. Beispiel für mögliche gewichtete Kriterien siehe S. 100 (Intensivzugriff O7)

Hinweise zur systematischen Wortschatzarbeit

Die folgenden Fachwörter sollten Lernende dauerhaft aktiv nutzen können:

- Seitenfläche, Fläche, Kante, Quader, Kugel, Kegel, Rechteck, Ecke, Quadrat, Fünfeck, Prisma, Dreieck, Pyramide, Würfel, Viereck, Kreis,
- (mathematischer) Körper,
- senkrecht zueinander, parallel zueinander, waagrecht,
- Geodreieck, Netz, Schrägbild
- Breite, Höhe, Tiefe, rechter Winkel

Hinweise zur alternativen Leistungsüberprüfung

Hinweise zur Bewertung des Grades zur Erreichung der Kompetenzen

Auflistung von Kompetenzen vergangener Kapitel oder Schuljahre, auf die hier zurückgegriffen wird

Auflistung der Basiskompetenzen, die langfristig unbedingt behalten werden sollten. Sie werden in der Übekartei weiter gesichert und wach gehalten.

Diese Basiskompetenzen werden in der Übekartei aufgegriffen und können bei Bedarf je nach Leistungsstand vertieft wiederholt oder erweitert werden. Die Arbeit mit der Übekartei beginnt stets mit Selbstdiagnose-Karten, die durch die Arbeit mit der Übekartei leiten.



Digitale Angebote für dieses Kapitel

- 011-1 Applet *Zahlenstrahl*
- 016-1 Inhaltsverzeichnis vom Materialblock
- 016-2 Kurzfassung der Inhalte der Wissenspeicherseiten

Meine Klasse und ich – Zahlenangaben sammeln und vergleichen



Didaktischer Hintergrund zum Kapitel.....	ab Seite 38
Einstiegsseite	ab Seite 42
Erkunden	ab Seite 44
Ordnen	ab Seite 52
Vertiefen	ab Seite 56
Checkliste	ab Seite 72
Digitale Angebote für dieses Kapitel	Seite 74
Ausgefüllte Wissensspeicherseiten.....	ab Seite 457



Titel Meine Klasse und ich – Zahlenangaben sammeln und vergleichen
Thema Daten

Kontexte – Kernfragen – Kernideen

Das Kapitel eignet sich zum Einsatz in den ersten Schulwochen in der weiterführenden Schule. Es werden unterschiedliche Daten aus dem Erfahrungsbereich der Schülerinnen und Schüler gesammelt, die auch für das gegenseitige Kennenlernen von Interesse sind. Um sich einen Überblick über die Daten zu verschaffen, eignen sich Diagramme verschiedener Arten („Viele Zahlenangaben auf einen Blick“). Um die Daten verschiedener Gruppen miteinander vergleichen zu können, bieten sich Kenngrößen, hier Mittelwerte, an („Eine Zahl für viele“).

Kernfrage A: Wie kann man einen Überblick über viele Zahlen bekommen?

In einer Situation, in der viele Daten vorliegen, ist es wichtig, sich einen Überblick zu verschaffen – so auch, wenn man Informationen über die Mitschüler der neuen Klasse sammelt (z. B. Entfernung Wohnung – Schule; Geburtstag; Fußgröße; Körpergröße). Wenn man die Daten in Form verschiedener Diagramme (Säulen- und Balkendiagramm, Strichliste) übersichtlich darstellt, kann man zwei Fragen beantworten: „Wie ist ein Wert in der Klasse verteilt?“ und „Wo stehe ich im Vergleich zur Klasse?“. Dabei erkennen die Schülerinnen und Schüler auch Vor – und Nachteile der verschiedenen Diagrammart und lernen, geeignete Diagramme auszuwählen und anzufertigen.

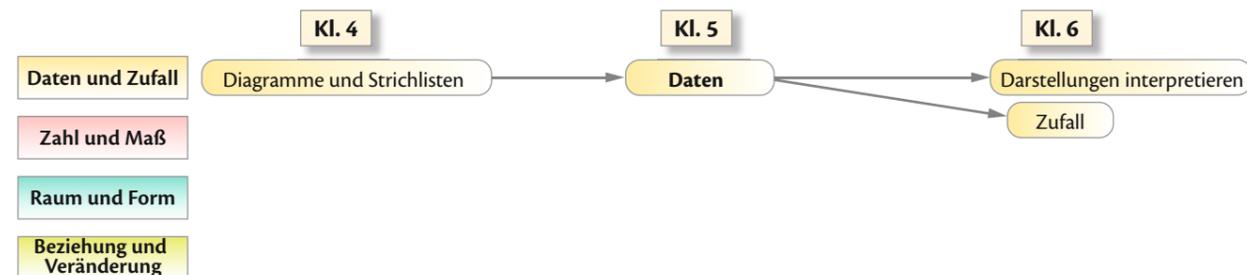
Kernfrage B: Wie kann man Zahlenangaben von zwei Gruppen vergleichen?

Wenn man Zahlenangaben von zwei Gruppen (z. B. Jungen und Mädchen; eigene Klasse und Parallelklasse) vergleichen will, so muss man die Daten der Gruppen zu aussagekräftigen Kennwerten bündeln. Die Lernenden entwickeln dazu die beiden Kenngrößen Durchschnitt (arithmetisches Mittel) und Zentralwert (Median).

Kompetenzen

- K1: Ich kann Daten sammeln (z. B. aus einer Tabelle ablesen), zählen und zusammenfassen.
- K2: Ich kann Anzahlen in einem Säulen- oder Balkendiagramm darstellen.
- K3: Ich kann Informationen aus Diagrammen ablesen.
- K4: Ich kann den Durchschnitt zu gegebenen Daten bestimmen.
- K5: Ich kann zu einem gegebenen Datensatz schnell einen ungefähren Durchschnitt schätzen.
- K6: Ich kann den Zentralwert zu gegebenen Daten bestimmen.
- K7: Ich kann erklären, was Durchschnitt und Zentralwert bedeuten und was der Unterschied zwischen diesen beiden Mittelwerten ist.
- K8: Ich kann mir zu einer gegebenen Zahl Daten ausdenken, sodass diese Zahl der Durchschnitt oder der Zentralwert der Daten ist.

Zusammenhang



Struktur

Dauer: ca. 2 Wochen

Einstieg Schulwege miteinander vergleichen

A Wie kann man einen Überblick über viele Zahlen bekommen?				E	O
E1	Daten erheben und zum Vergleich nutzen			45	
E2	Diagramme erstellen und Informationen daraus gewinnen	O1 verschiedene Diagrammart unterscheiden	V1– V5 Daten sammeln, darstellen und auswerten	45	45
B Wie kann man Zahlenangaben von zwei Gruppen vergleichen?				E	O
E3	Durchschnitt handlungsgestützt erarbeiten	O2 Nutzen von Mittelwerten erkennen	V6– V14 Durchschnitt beschreiben und bestimmen	45	10
E4	verschiedene Mittelwerte (Durchschnitt und Zentralwert) erarbeiten und anwenden	O3 Verfahren zum Bestimmen von Durchschnitt und Zentralwert beschreiben O4 Mittelwerte reflektieren	V15– V23 Durchschnitt und Zentralwert vergleichen	45	30
					15

Kurzweg Falls nur Diagramme und keine Mittelwerte behandelt werden sollen: E1–E2–O1
 Bei Verzicht auf einen handlungsorientierten Zugang zum Mittelwert: E1–E2–O1–O2–O3–O4



Intensivzugriff

Hintergrund

Der Kontext „Meine Klasse und ich“ bietet die Möglichkeit, das Bedürfnis und die Neugierde der Kinder aufzugreifen, die ihre neuen Mitschülerinnen und -schüler genauer kennen lernen und – neben dem persönlichen Einzelkontakt – eine Übersicht über die Klasse bekommen möchten. Dazu werden mit einem Fragebogen Daten erhoben, die von Interesse sind, z. B. Wohnort, Geburtstag oder die Art und Weise, wie man zur Schule kommt. Dabei werden die Schülerinnen und Schüler nicht nur mit ihrer Klasse vertraut, sondern lernen auch, Daten systematisch zu erheben und diese in Diagrammen übersichtlich darzustellen. Vor allem erleben sie den Nutzen der mathematischen Verfahren zur Zusammenfassung von Daten: grafisch durch Diagramme und rechnerisch durch Kenngrößen. Hierbei können vielfältige Vorkenntnisse aus der Grundschule (Erstellung eines Diagramms) oder aus dem Schulalltag (Berechnen des Notendurchschnitts) einfließen.

Zwei Kernideen sind in diesem Kapitel leitend: Zum einen ist es die Idee, durch zusammenfassende grafische Darstellung einen Überblick zu gewinnen. Zum zweiten ist es die Idee, Informationen einer Gruppe zu Kenngrößen – hier Mittelwerten – zu bündeln, um die Daten zweier Gruppen miteinander vergleichen zu können.

Kernfrage A

Wie kann man einen Überblick über viele Zahlen bekommen?

Die Schülerinnen und Schüler können zunächst selbst Daten mit Hilfe eines Fragebogens erheben. In **E1** ist ein solcher Fragebogen vorgeschlagen. Dabei wurden die möglichen Antworten bereits kategorisiert, um eine leichte Auszählung zu ermöglichen. Natürlich kann man auch (ausgehend von der Auftaktseite) zusammen mit den Schülerinnen und Schülern einen Fragebogen entwickeln. Dabei sollte man die Eignung von Fragen diskutieren, z. B. ob ein einfaches Auszählen möglich ist. Für einen solchen selbst zu entwickelnden Fragebogen kann die Auftaktseite impulsgebend sein.

Die erhobenen Daten werden zunächst in Strichlisten festgehalten (**E1**) und inhaltlich diskutiert. Am Beispiel einer Geburtstagsübersicht entsteht in **E2** dann zur Zusammenfassung von Geburtstagsangaben eine Darstellung aus Karten (optimal wäre eine Darstellung, bei der zusammengehörende Karten übereinander angeordnet werden, um eine Vorstufe zum Säulendiagramm zu haben). Wichtig ist bei **E2** die inhaltliche

Auseinandersetzung mit den dargestellten Informationen, die dadurch ausgelöst wird, dass Fragen zum Diagramm gestellt werden sollen.

Im Ordnen (**O1**) werden die verschiedenen Diagrammtypen und ihre Bezeichnungen geklärt (Strichliste, Säulen-, Balken- und Streifendiagramm) und das Zeichnen von Säulen- und Balkendiagrammen festgehalten.

Kernfrage B

Wie kann man Zahlenangaben von zwei Gruppen vergleichen?

Gruppen kann man gut vergleichen, wenn man die Informationen zu jeder einzelnen Gruppe in einem Wert (Kenngröße) gebündelt hat – hier dem Mittelwert.

Es werden zwei Mittelwerte erarbeitet: der Durchschnitt und der Zentralwert. Die Etappe geht in **E3** von dem Problem aus, zwei unterschiedlich große Gruppen nach einer in der Gruppe verschieden verteilten Größe zu vergleichen (hier die Fußgrößen von Jungen und Mädchen bzw. Körpergröße zweier Tischgruppen). Schülerinnen und Schüler entdecken dabei das Konzept des arithmetischen Mittels (Durchschnitt).

In **E4** unterscheiden sie die Konzepte von zwei Arten von Mittelwerten – dem Durchschnitt und dem Zentralwert:

Die Grundvorstellung vom Durchschnitt wird dabei angelegt als „Alles zusammenlegen und gleich verteilen“.

Der Zentralwert wird als der mittlere Wert einer sortierten Reihe erfahren.

In **O3** werden die beiden Mittelwerte mit Hilfe verschieden hoher Münzstapel veranschaulicht und gegenübergestellt.

Hinweis zu den in diesem Buch verwendeten Bezeichnungen:

Es werden zwei Mittelwerte erarbeitet. Der Überbegriff „Mittelwert“ sowie der Begriff „Kenngröße“ werden aber nicht explizit als solche verwendet.

Das arithmetische Mittel wird hier sprachlich vereinfacht als Durchschnitt bezeichnet, der Median als Zentralwert. Beide Bezeichnungen sind gebräuchlich und leichter zu erfassen als die Fremdwörter arithmetisch und Median. Man kann – je nach Einschätzung der Klasse bzw. je nach Lehrplanforderung – im Unterricht auch die anderen Fachvokabeln zusätzlich einführen.

Bezeichnung (in diesem Buch)	alternative Bezeichnungen (hier nicht verwendet)	Grundvorstellung
Durchschnitt	arithmetisches Mittel	alles zusammenlegen und gleich verteilen
Zentralwert	Median	nach Größe anordnen und den mittleren Wert herausgreifen

Kurzweg

Falls nur Diagramme und keine Mittelwerte behandelt werden sollen: **E1–E2–O1**

Wenn auf einen handlungsorientierten Zugang zum Mittelwert verzichtet werden soll, dann: **E1–E2–O1–E4–O2–O3–O4**, dafür kann man bei **O3** auch mit wirklichen Münzen als Vorstellungsstütze arbeiten.

Diagnose

Die Vorkenntnisse der Kinder, je nach Grundschulunterricht, können im Bereich „Daten und Zufall“ stark variieren. Manche haben bereits Diagramme erstellt und Informationen aus Diagrammen abgelesen, andere nicht. Deshalb ist es wichtig, die einzelnen Schülerinnen und Schüler genau zu beobachten und auch im Prozess jede Gelegenheit zu nutzen, sich einen Eindruck von den Vorerfahrungen und Vorkenntnissen zu verschaffen:

E1: Kennen die Kinder Fragebögen? In welchem Zusammenhang haben sie schon damit gearbeitet?

Wird die Strichliste gebündelt in 5er Päckchen aufgeschrieben oder werden die Striche ohne Bündelung hintereinander geschrieben? Kommen Kinder damit unterschiedlich gut klar?

E2: Erkennen die Kinder beim Aufhängen der Karten nach Monaten sortiert, wenn dies sehr ordentlich übereinander geschieht, das entstehende Säulendiagramm?

E3/E4: Haben die Kinder bereits einen Durchschnitt bestimmt (z. B. bei Klassenarbeiten)? Haben Sie eine Vorstellung davon oder führen sie nur ein Rechenverfahren aus? Haben die Kinder Schwierigkeiten mit der Division, wenn sie den Durchschnitt bestimmen?

Zusätzliches Trainingsangebot

Zu jeder im Schulbuch angebotenen Trainingsaufgabe befindet sich auf der DVD mindestens eine weitere Trainingsaufgabe zum gleichen Thema. Dabei wird mitunter der Schwierigkeitsgrad leicht variiert oder das Kontextthema verändert (041-1).

Überprüfung

Bausteine für eine mögliche Klassenarbeit befinden sich auf der DVD (041-2).

Literatur

- Eichler, Andreas & Vogel, Markus (2009). Die Leitidee Daten und Zufall, Wiesbaden: Vieweg+Teubner.
- Lengnink, Katja (2009). Vorstellungen bilden: Zwischen Lebenswelt und Mathematik. In: Leuders, Timo / Hefendehl-Hebeker, Lisa / Weigand, Hans-Georg (Hrsg.): Mathemagische Momente, Cornelsen, Berlin, S. 120–129. (online: <http://www.ko-si-ma.de/>)
- Hischer, Horst (2002) Viertausend Jahre Mittelwertbildung. Eine fundamentale Idee der Mathematik und didaktische Implikationen. math.did. 25 (2002), Bd. 2. (online: <http://www.ko-si-ma.de/>)
- Biehler, Rolf (2007). Denken in Verteilungen – Vergleichen von Verteilungen. Der Mathematikunterricht 53(3), 3–11.



Einstieg (S. 14–15) Unsere Schulwege und die der anderen

Schnellzugriff

Ziele

Die Schülerinnen und Schüler ...

- erkennen den Nutzen, Zahlenangaben von mehreren Personen zu erfassen und auszuwerten.
- finden heraus, welche Daten zur neuen Klasse erfasst werden können.
- können die Daten zur neuen Klasse mit anderen Gruppen von Gleichaltrigen vergleichen.
- aktivieren ihre Vorerfahrungen zum Umgang mit Daten (Strichlisten, Diagramme).

Bezug

Merve, Ole → **E1**: Unsere Schulwege

Pia → **E1e**) bzw. **E2**: Zahlenangaben von verschiedenen Gruppen vergleichen

Till → **E2**: Geburtstage im Überblick

Vorbereitung / Material

evtl. Stadtplan zur Umgebung des Schulortes

Umsetzungsvorschlag (ca. 10 min)

Besprechen des Bildes als Einstimmung zum UG

Fragebogen in **E1**.

Die im Bild aufgeworfenen Fragen können als Impuls genutzt werden, die Teile von **E1** und **E2** zu erschließen:

- In welchen Monaten gab es in euren Grundschulen die meisten Geburtstage?
- Wer wohnt wohl am weitesten entfernt von der Schule?
- Wie kommt ihr zur Schule?

Intensivzugriff

Umsetzungshinweise / Alternativen

Die Auftaktseite kann auch als Projektidee genutzt werden, selbstständig einen Fragebogen zu entwerfen. Ein solches Projekt könnte **E1** und ggf. **E2** ersetzen.

Dabei sollten die folgenden Schritte zur Datenerhebung (vgl. **E1**) leitend sein, sie können auch zur Orientierung als Karten ausgehängt werden:

- Intention und Ziel klären:**
Was wollt ihr voneinander wissen?
- Fragen auswählen:**
Was sind geeignete Fragen?
Welche Fragen nehmen wir in unseren Fragebogen auf?
- Daten erheben:**
Wie organisieren wir das Ausfüllen des Fragebogens?
- Daten sammeln:**
Wie sammeln wir die Antworten zu den einzelnen Fragen?
- Daten auswerten:**
Wie werten wir die Daten aus und präsentieren sie?
- Reflexion:**
Was haben wir von der neuen Klasse erfahren?
Wie könnte der Fragebogen verbessert werden?

Die Problematik, welche Fragen sich zur Erhebung eignen, sodass eine einfache und sinnvolle Auswertung möglich ist, kann gut durch markante Beispiele erfolgen:

- Wo wohnst du?
- Wie weit wohnst du von der Schule entfernt?
- Gehst du Haupt- oder Nebenstraßen?
- Wann kommst du bei der Schule an?

Bei allen Fragen sollte man vor der eigentlichen Erhebung mit den Schülerinnen und Schülern gemeinsam überlegen, was geantwortet werden könnte, um die Problematik zu verdeutlichen und um die spätere Auswertung zu erleichtern. Ziel sollte es sein, dass jeweils ein Auszählen möglich ist. Eine Möglichkeit, diese für Kinder interessanten Aspekte zu erheben, ist eine Kategorisierung der potentiellen Antworten nach dem Modell des bei **E1** vorgegebenen Fragebogens (Materialblock S. 7).

Diagnose

Welche Vorkenntnisse bringen die Schülerinnen und Schüler z. B. hinsichtlich Strichlisten und einfachen Diagrammen mit?

Wie gehen die Schülerinnen und Schüler mit der Problematik der Eignung der Fragen bei einer Erhebung um? Wird ihnen das Problem verständlich?



Das Bild ist auf der DVD (© 043-1).

Es wird der aktuell wichtige Kontext des Kennenlernens der neuen Mitschülerinnen und -schüler aufgegriffen und der Vergleich zur Grundschule bewusst integriert, um die Vorerfahrungen wach zu rufen (z. B. Erstellen von Geburtstagslisten oder anderen Diagrammen).

Es ist sinnvoll, hier auch weitere Aspekte (wie Umweltschutz, Selbstständigkeit, Bequemlichkeit) zu thematisieren.

Durch Pias Verweis wird der Vergleich mit einer anderen Gruppe angeregt – eine wichtige Basis, um die Notwendigkeit von Kenngrößen wie dem Mittelwert zu erkennen.

Hier kann Bezug genommen werden zum Stadtplan des eigenen Ortes.

Ziele des Kapitels aus Vorschauerspektive

In diesem Kapitel ...

- sammelst du Zahlenangaben zu deiner Klasse.
- lernst du, wie man einen Überblick über viele Zahlen bekommen kann.
- vergleichst du Zahlenangaben von zwei Gruppen.



Erkunden A Wie kann ich einen Überblick über viele Zahlen bekommen? (Seite 16)

Schnellzugriff

E1 Ziele

- Die Schülerinnen und Schüler...
- erleben den Fragebogen als Instrument der Datengewinnung.
 - entdecken Aspekte der Datensammlung und -darstellung.
 - entnehmen Informationen zur neuen Klasse aus den gesammelten Daten.
 - vergleichen eigene Daten mit Daten aus der Zeitung.

E1 Bezug

weiter mit **E2** und **O1**

E1 Vorbereitung / Material

vorbereiteter Fragebogen (MB S. 7) für Aufgabe **E1a**

E1 Umsetzungsvorschlag (ca. 45 min)

- | | |
|--|----|
| 1a) Fragebogen erstellen: Interessierende Fragen werden ausgewählt und zu einem gemeinsamen Fragebogen zusammengestellt (alternativ: den abgebildeten Fragebogen (MB S. 7) nutzen). | UG |
| 1b) Daten erheben: Jedes Kind füllt den in der Klasse aufgestellten Fragebogen aus. | EA |
| 1c) Daten sammeln: Die Kinder sammeln die Daten in ihrer Gruppe. Danach werden alle Daten an der Tafel gesammelt, z. B. kann pro Kleingruppe eine Spalte angelegt werden. | GA |
| 1d) Daten auswerten: eigene Angaben im | UG |
| 1e) Vergleich zur ganzen Klasse, Klassenergebnisse im Vergleich zu anderen Gruppen, Reflexion der gesamten Umfrage | GA |
| | UG |

Intensivzugriff

E1 Umsetzungshinweise / Alternativen

Wenn die Einstiegsseite zu einer größeren Erhebung genutzt wird, können **E1 / E2** übersprungen werden. Die vorgegebenen Kategorien für die Entfernung zur Schule auf dem Fragebogen sollten regional angepasst werden (z. B. wohnen die meisten Kinder in ländlichen Gegenden mehr als 5 km entfernt).

a) Beim Entwerfen eigener Fragen ist darauf zu achten, dass die Fragen eindeutig gestellt sind und sich die Auswertung alleine auf das Bestimmen von Häufigkeiten beschränkt. Es sollte immer eine beschränkte Zahl von Kategorien geben (z. B. bei Körpergröße 150 – 154 cm). Bei **b)** ist es wichtig, die Kinder bei der Bestimmung der Länge des Schulweges zu unterstützen. Hilfreich ist es, einen Stadtplan des eigenen Ortes aufzuhängen sowie mit Pin-Nadeln und Fäden die Wohnorte der Kinder zu verbinden. Mit Hilfe der Lehrerin/des Lehrers kann dann gemeinsam die Länge der einzelnen Schulwege ermittelt werden.

d) Schülerinnen und Schüler können Schwierigkeiten haben, Informationen aus den Diagrammen zu ziehen. Fragen nach Extremwerten oder dem eigenen Stand können helfen.

Es ist hilfreich, die Reihenfolge der Schritte einer Erhebung vorzugeben, evtl. mit Karten an der Tafel als Erinnerungstütze.

E1 Erwartungshorizont

Die Schüler haben einen Fragebogen erstellt und ausgefüllt sowie einzelne Ergebnisse zusammengestellt.

E1 Diagnose

Wie werden die Strichlisten gezeichnet (5er-Bündelung)?

Welche Informationen werden aus den Daten gezogen? (z. B. nur Aufzählung von Anzahlen oder zusammenfassende oder vergleichende Aussagen?)

Werden Unterschiede begründet?

Wie kooperativ wird in Gruppen gearbeitet?

E1 Differenzierung

Wer mit **d)** schnell fertig ist, kann neue Fragen für eine mögliche weitere Erhebung entwerfen oder mögliche Antworten zu **e)** vorbereiten.

Die Schritte zur Durchführung einer Umfrage

- Fragebogen aufstellen
- Daten erheben
- Daten sammeln
- Daten auswerten

können im **UG** besprochen und reflektiert werden, um sie als prinzipielles Vorgehen bei späteren Erhebungen nutzen zu können.

Der im Schulbuch abgebildete Fragebogen ist auch im Materialblock auf S. 7 vorhanden und kann als Beispiel für einen eigenen Fragebogen dienen. Er kann aber auch als Klassenarbeitsbogen genutzt werden.

Zu erwartende Aspekte:

- Wir machen viel Sport.
- Viele von uns kommen zu Fuß oder per Fahrrad zur Schule.
- Wir bewegen uns mehr als durchschnittlich 30 min pro Tag.

16

Meine Klasse und ich – Zahlenangaben sammeln und vergleichen

Erkunden A

Wie kann ich einen Überblick über viele Zahlen bekommen?

1 Unsere Schulwege

Die vier Freunde Merve, Pia, Ole und Till sind in eine neue Klasse gekommen. Sie möchten wissen, wie weit von der Schule entfernt die Kinder in der neuen Klasse wohnen und wie sie morgens zur Schule kommen. Dafür haben sie einen Fragebogen entworfen:

Auswählen interessierender und geeigneter Fragen

a) Welche Fragen zum Schulweg deiner Mitschüler würden dich interessieren?

Entwerft alle gemeinsam einen eigenen Fragebogen zu euren Schulwegen.

Erheben von Daten

b) Jeder von euch soll nun den gemeinsam entworfenen Fragebogen mit seinen Angaben ausfüllen.

Bei der Ermittlung der Länge des Schulweges helfen euch sicher eure Eltern oder ältere Geschwister.

Fragebogen: Unsere Schulwege

Frage 1: Wie weit wohnst du von der Schule weg? (Falls du das nicht weißt, gib rechts deine Adresse an.)

- unter 1 km
- 1 bis 2 km
- 2 bis 3 km
- 3 bis 4 km
- 4 bis 5 km
- mehr als 5 km

Frage 2: Wie kommst du (meistens) zur Schule?

- zu Fuß
- mit dem Fahrrad
- mit dem Bus
- mit dem Zug / Straßenbahn / U-Bahn / S-Bahn
- mit dem Auto gebracht

Frage 3: Welche Grundschule hast du besucht?

Frage 4: Bist du ein

- Mädchen
- Junge

Sammeln von Daten

c) Arbeitet nun in Gruppen. Sammelt die **Daten*** aus den ausgefüllten Fragebögen wie Till in einer Tabelle.

Tragt dann die Antworten aus den Gruppen für die ganze Klasse zusammen.

Auswerten von Daten und Vergleichen eigener Daten mit denen der ganzen Klasse

d) Vergleiche nun deine eigenen Eintragungen mit den Ergebnissen der ganzen Klasse. Ist dein Schulweg im Vergleich zu den anderen eher lang oder eher kurz? Gibt es ein Ergebnis, das dich wundert oder besonders interessiert?

Vergleichen der Klassenergebnisse mit anderen Gruppen

e) Pia und die anderen haben in der Zeitung den Artikel „Zu Fuß zur Schule“ gefunden. Dort lesen sie, wie wenig sich Kinder heute bewegen.

Vergleicht eure Ergebnisse mit den Daten, die im Artikel genannt werden.

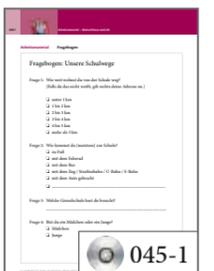
Zu Fuß zur Schule

Sich bewegen, draußen herumtollen, rennen, skaten, Fahrrad fahren, spielen – all das macht Spaß und tut gut. Aber trotzdem bewegen sich Kinder immer weniger. Vor 30 Jahren waren Kinder täglich 4 Stunden draußen, heute ist es nur noch 1 Stunde. Im Durchschnitt bewegen sich Kinder heute bloß noch 30 Minuten am Tag, sitzen aber 9 Stunden!

*** Neues Wort**
Daten sind Zahlenangaben über Personen oder Sachverhalte.

Frage 1	Anzahl
unter 1 km	2
1 bis 2 km	1
2 bis 3 km	0
3 bis 4 km	5
mehr als 4 km	1

Materialblock S. 7 Arbeitsmaterial Fragebogen





Erkunden A Wie kann ich einen Überblick über viele Zahlen bekommen? (Seite 17)

Schnellzugriff

E2 Ziele		E2 Umsetzungsvorschlag (ca. 45 min)	
Die Schülerinnen und Schüler ...		2a) Jeder beschriftet seine Geburtstagskarte.	EA
<ul style="list-style-type: none"> entdecken das Prinzip eines Säulendiagramms. erkunden ein Diagramm, indem sie Fragen an dieses stellen. erfahren Unterschiede zwischen Säulen- und Streifendiagramm. 		2b) Aufhängen aller Karten und Thematisierung der entstandenen Anordnung/Darstellung	UG
E2 Bezug		2c) Ich-Du-Wir (vgl. S. 485) zum Suchen von Fragen, die man mit der Übersicht an der Tafel beantworten kann	EA GA UG
nach E1; weiter mit O1		2d) Vergleichen der eigenen Übersicht mit einem Säulendiagramm	GA
E2 Vorbereitung / Material		2e) Jeder zeichnet ein Säulendiagramm. Gegenseitige Kontrolle innerhalb der Tischgruppe, Besprechung der Unterschiede zwischen dargestelltem und selbst erarbeitetem Diagramm	EA GA UG
Karten, Klebestreifen oder Magnete zum Aufhängen der Karten (Materialkoffer)		2f) Besprechen des Diagramms	PA, UG
		2g) Besprechen der Unterschiede zwischen Säulen- und Streifendiagramm	PA UG
		mögliche HA: O1 oder V1, V2, V4	

Intensivzugriff

E2 Umsetzungshinweise / Alternativen

Die Kinder sollen die Geburtstagsdaten nach Monaten sortieren, also gruppieren. Dabei wäre es hilfreich, die Karten übereinander anzuordnen, um zu einem Säulendiagramm überzuleiten. Das ist aber nicht notwendig.

Die Geburtstagskarten kann man erst an die Tafel hängen, dort sortieren und später auf ein Poster kleben. Dieses kann dann in der Klasse als Geburtstagskalender hängen bleiben.

E2 Erwartungshorizont

Die Kinder erkennen einen Zusammenhang zwischen der Gruppierung von Daten und der Darstellung in einem Säulendiagramm.

E2 Lernwege

c) Typische Fragen lauten:

- Wie viele Kinder sind im gleichen Jahr geboren?
- Wie viele Kinder sind am Januar geboren?
- Wie viele Kinder haben am selben Tag, selben Monat und am selben Jahr Geburtstag?

E2 Diagnose

Anhand der gezeichneten Diagramme und der darauf folgenden Auswertung wird deutlich, was die Schülerinnen und Schüler bereits verstanden haben:

- Können sie ihr Diagramm eigenständig zeichnen?
- Nutzen sie ungünstige Skalierungen?
- Können sie Informationen aus den Diagrammen ziehen?

E2 Differenzierung

Bei auftretenden Schwierigkeiten kann die Lehrkraft ein Beispiel für die Anordnung einiger Karten geben und die Kinder dies für die anderen Karten übertragen lassen.

Schülerinnen und Schüler, welche für die Bearbeitung der Aufgaben weniger Zeit benötigen, können weiterführende Fragen bearbeiten, z. B.: „Wie viele Kinder sind an welchem Wochentag geboren?“

Hierzu gibt es ein Infoblatt zum immerwährenden Kalender, mit dem die Schülerinnen und Schüler selbstständig arbeiten können (046-1).

Hier entsteht eine erste Bündelung der Geburtstagsdaten. Werden die Karten „ordentlich“ übereinander angeordnet, entsteht sogar eine Vorform eines Säulendiagramms.

- Mögliche Fragen:
- Wie viele Kinder haben in den einzelnen Monaten Geburtstag?
 - Wann haben die meisten Kinder Geburtstag?
 - Wann haben wie viele Kinder Geburtstag?
 - Wie viele Kinder haben in den Schulferien Geburtstag?

Erkunden
17

2 Geburtstage im Überblick

Sammeln von Daten

a) Schreibe deinen Namen und Geburtstag auf eine Karte und hänge sie an die Tafel.
Erleben des Entstehens einer Übersicht über viele Daten

b) Sortiert die Karten gemeinsam so, dass ihr Oles Frage leicht beantworten könnt. Warum ist die Sortierung hilfreich für Oles Frage?

Ziehen von Informationen aus der Geburtstagsübersicht

c) Welche weiteren Fragen lassen sich gut mit eurer Übersicht beantworten? Welche Fragen zu den Geburtstagen lassen sich nicht so gut beantworten? Wie könnte man die Karten anordnen, dass auch diese Fragen gut zu beantworten sind?

Vergleichen der eigenen Übersicht mit einer vorgegebenen Diagrammform

d) Die Klasse 5c der Goethe-Schule hat für ihre Geburtstage ein Diagramm* erstellt.

5'

5'

10'

5' * Neues Wort
Ein Diagramm ist eine übersichtliche Darstellung für viele Daten.

Vergleiche eure Geburtstagsübersicht mit dem Diagramm der Klasse 5c.

Zeichnen eines Säulendiagramms mit den eigenen Daten

e) Zeichne ein solches Diagramm für eure Geburtstage. Vergleiche euer Geburtstagsdiagramm mit dem der Klasse 5c der Goethe-Schule. Was ist gleich, was ist anders?

Kennenlernen und interpretieren eines Streifendiagramms

f) Mit den Geburtstagsdaten einer ganzen Schule wurde das folgende Diagramm erstellt. Was kannst du aus diesem Diagramm ablesen? Was kannst du nicht ablesen?

Vergleichen von Säulen- und Streifendiagramm

g) Vergleiche die Diagramme bei d) und f). Was kannst du aus welchem Diagramm besser ablesen?

5' ← nachgedacht



Erkunden B (Seite 18) Wie kann ich Zahlenangaben von zwei Gruppen vergleichen?

Schnellzugriff

E3 Ziele

- Die Schülerinnen und Schüler ...
- erfahren die Notwendigkeit einer Vergleichsgröße.
 - erkunden den Durchschnitt als passende Größe zum Vergleichen von Zahlenangaben zweier Gruppen.

E3 Bezug

nach O1; weiter mit O2 und E4

E3 Vorbereitung / Material

Zollstock oder Maßband (Materialkoffer), evtl. Papier zum Aufzeichnen der Füße

E3 Umsetzungsvorschlag (ca. 45 min)

- 3a) Auseinandersetzen mit der dargestellten Situation des Vergleichens der Daten EA-
 - 3b) zweier Gruppen; Erkennen des Problems der verschiedenen Gruppengrößen PA
 - 3c) „Wer hat die größeren Füße der Klasse?“ UG
 - 3d) Die Fußlängen werden nach Jungen und Mädchen sortiert an der Tafel festgehalten. UG
 - Die Gesamtlängen der Jungen- und Mädchen-Fußreihen werden entweder durch Mess-Aktion (wie im Bild) oder als Summe der einzelnen Fußlängen ermittelt.
 - Besprechen und Vergleichen von Ideen und Ergebnissen; Bezug zu Tills und Pias Aussagen erneut herstellen. UG
 - 3e) Eigene Fußlänge in Bezug setzen zum Durchschnitt EA
- mögliche HA:** evtl. E3e), vor allem V7

Intensivzugriff

E3 Umsetzungshinweise / Alternativen

In dieser Erkundung treten erstmals metrische Daten in den Vordergrund, d. h. Daten, die man nicht nur zählen, sondern auch miteinander verrechnen kann, was für eine Durchschnittsbildung notwendig ist (daher kann man die Fußlängen auch nicht durch Schuhgrößen ersetzen).

Das aktive Hintereinanderstellen der Füße unterstützt den Aufbau der Grundvorstellung des Durchschnitts als „Zusammenfassen und gleichmäßiges Verteilen“. Auch wenn es in manchen Klassen eine Herausforderung darstellt, dieses Vorgehen diszipliniert durchzuführen, sollte man auf keinen Fall auf eine solche Visualisierung verzichten. Ersatzweise können die Füße auf Papier gemalt, ausgeschnitten und an der Tafel als lange Reihe aufgehängt werden. Hinweise zum Messen der Fußlängen befinden sich auf der DVD (048-1).

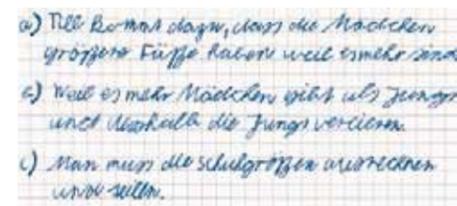
E3 Erwartungshorizont

Die Kinder erkennen das Problem der verschiedenen Anzahlen pro Gruppe und kommen auf die Idee, die Gesamtlänge durch die Anzahl zu teilen, um einen mittleren Wert zu erhalten.

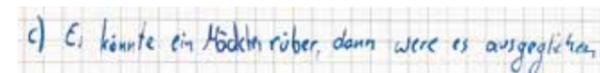
Durchschnitte der Werte an der Tafel:
Jungen: 26; Mädchen: 23

E3 Lernwege

Beispiel für eine Schülerlösung:



Manche Kinder verteilen zunächst die Gruppen neu, damit sie gleich groß und damit vergleichbar sind. Jedoch wird nicht beachtet, dass dann das Kriterium Junge / Mädchen für die Gruppen nicht mehr gilt:



E3 Diagnose

Welche Gründe werden genannt, warum das Messen der Gesamtlänge nicht zum Vergleichen geeignet ist? Können die Schülerinnen und Schüler erklären, warum sie nicht z. B. die größte Fußlänge zum Vergleich auswählen? Welche Vorstellungen zum Durchschnitt haben die Kinder bereits? Wie erklären sie „Durchschnitt“ in Worten? Welche Beispiele nennen sie aus ihren Vorerfahrungen?

18
Meine Klasse und ich – Zahlenangaben sammeln und vergleichen

Erkunden B **Wie kann ich Zahlenangaben von zwei Gruppen vergleichen?**

3 Wer hat die größeren Füße?

In der Klasse von Merve haben einige Mädchen und Jungen ihre Fußlängen in Zentimetern gemessen und an die Tafel geschrieben.

Haben denn nun die Jungen oder die Mädchen größere Füße?

Jungen	Mädchen
25 27 25	20 25 22
24 29 26	19 20 23 21

Da müssen wir einfach mal die Schuhe ausziehen und alle Füße hintereinander setzen.

Das ist aber ungerecht für die Jungen.

So sehen die Füße der Kinder aus:

Auseinandersetzen mit Ideen anderer, Argumentieren im Kontext

a) Haben denn nun die Jungen oder die Mädchen die größeren Füße? Zu welchem Ergebnis kommt Till mit seinem Vorschlag?

Erkennen des Problems verschiedener Gruppengrößen

b) Was vermutest du: Warum findet Pia den Vorschlag von Till ungerecht? Entwickeln eines eigenen, gerechteren Verfahrens: Bildung des Durchschnitts

c) Überlege dir einen Verbesserungsvorschlag: Wie kannst du herausfinden, ob die Mädchen oder die Jungen in Merves Klasse die größeren Füße haben?

Reflektieren des neuen Verfahrens und in Bezug zum eigenen Wert

d) Findet für eure Klasse heraus, ob bei euch die Mädchen oder die Jungen die größeren Füße haben.

Anwenden des neuen Verfahrens

e) Hast du im Vergleich zu den Kindern deiner Klasse eher kleine oder große Füße? Begründe deine Antwort.

Die Fußlängen an der Tafel wurden so gewählt, dass sich „glatte“ Durchschnitte ergeben.
Jungen: 26
Mädchen: 23

Diese Aktion macht die Idee des Durchschnitts erlebbar. Ein historisches Vorbild dazu ist in V7 (S. 24) beschrieben.

Die beiden Bilder stehen auf der DVD (049-1) als Kopiervorlage für eine Folie zur Verfügung.

Wenn die Klassenaktion nicht durchgeführt wird, kann ein solches Bild (z. B. an der Tafel) zur Visualisierung des Vorgehens herangezogen werden.

Pia empfindet die verschiedenen Gruppengrößen als ungerecht.

Wenn die durchschnittliche Länge der Füße berechnet wird, also durch die Anzahl geteilt wird, entstehen nur selten „glatte“ Zahlen. Um den Fokus trotzdem auf der Bestimmung des Durchschnitts und nicht auf möglichen Rechenproblemen zu haben, sollte hier der Taschenrechner erlaubt sein.

- 10'
- 5'
- 10'
- 15'
- 5'

Hinweis
Für lange oder schwierige Rechnungen dürft ihr hier einen Taschenrechner benutzen.



Erkunden B Wie kann ich Zahlenangaben von zwei Gruppen vergleichen? (Seite 19)

Schnellzugriff

E4 Ziele

- Die Schülerinnen und Schüler ...
- übertragen die Idee der Durchschnittsbildung aus E3 oder entwickeln eigene Ideen zum Vergleich der Körpergrößen verschiedener Gruppen.
 - entdecken zwei verschiedene Mittelwerte als Kenngrößen.

E4 Bezug

nach E3 mit O2 oder schon nach E2 mit O1; weiter mit (O2), O3, O4

E4 Vorbereitung / Material

evtl. Kopie der Bilder der beiden Tischgruppen auf Folie (050-1)

E4 Umsetzungsvorschlag (ca. 45 min)

	vorbereitende Hausaufgabe	EA
	Alle Kinder bestimmen ihre Körpergröße.	
4a)	Vergleich der Körpergröße der beiden Tischgruppen nach der Methode Ich-Du-Wir (vgl. S. 485)	EA GA UG
4b), 4c)	kurzes Rollenspiel als Impuls, welche Gründe für die beiden Wege denkbar sind (z. B. für Pias Weg: gerechter, alle beteiligt; für Oles Weg: einfach, keine Rechnung); Bestimmen der Werte auf beiden Wegen	UG EA
4d)	Anwenden auf die eigene Tischgruppe	GA
4e)	Vergleich der Wege	UG
	mögliche HA: O3a), b); V3a), b)	

Intensivzugriff

E4 Umsetzungshinweise / Alternativen

Zentral bei dieser Aufgabe ist der Vergleich zwischen den beiden Mittelwerten Durchschnitt und Zentralwert. Um diesen Vergleich anzuregen, können folgende Impulse dienen:
Was ist gerechter? Was ist einfacher?
Was bewirken Ausreißer bei beiden Mittelwerten?

Folgende Schwierigkeiten können auftreten:

- Die Schülerinnen und Schüler ...
- können bei gerader Anzahl von Werten den Zentralwert nicht berechnen (hier könnte man das Problem zunächst auf zwei Werte (z. B. 3 und 5) reduzieren; vgl. V16).
 - haben Rechenschwierigkeiten beim Addieren und vor allem beim Dividieren (evtl. einen Taschenrechner zentral zur Verfügung stellen).
 - haben Probleme mit Ergebnissen, die nicht ganzzahlig sind (wird hier nicht explizit thematisiert, ggf. Taschenrechner zur Verfügung stellen).

Fachlich gesehen gilt bei einer geraden Zahl von Werten *jeder* Wert zwischen den beiden mittleren (einschließlich der Werte selbst) als Zentralwert. Da mehrdeutige Lösungen aber unpraktisch sind, nimmt man bei metrischen Daten oft das arithmetische Mittel der beiden mittleren Werte – dies ist auch für die Schülerinnen und Schüler eine zulässige Lösung. Bei ordinalen Daten, bei denen man nur eine Reihenfolge, aber keine Abstände angeben kann (z. B. Tabellenplätze) ist dies nicht mehr möglich.

E4 Erwartungshorizont

- b) Durchschnitt der Tischgruppen: je 150 cm
- c) Zentralwert der Tischgruppe von Merve und Ole: 152 cm; bei der Tischgruppe von Pia und Till liegt eine gerade Anzahl von Werten vor, deshalb wird der Durchschnitt der beiden mittleren Werte gewählt (144 cm, 153 cm): 148,5 cm

E4 Lernwege

Die Lernenden bevorzugen in der Regel den Durchschnitt (Pias Weg), da er gerechter erscheint, weil alle Werte berücksichtigt werden. Nur wenige verteidigen den Zentralwert (Oles Weg), der einfach zu ermitteln ist.

E4 Diagnose

Erfassen die Kinder den Unterschied zwischen Durchschnitt und Zentralwert?

E4 Differenzierung

Falls Schwierigkeiten beim Verstehen von Oles Verfahren auftreten, hilft eine Visualisierung – z. B. die Figuren als Strichmännchen sortiert nach Körpergröße an die Tafel zeichnen.
Zusatzaufgabe für stärkere Schülerinnen und Schüler: „Denkt euch andere Zahlenwerte aus, die den Durchschnitt 150, aber einen anderen Zentralwert haben. Könnt ihr Durchschnitt 150 und Zentralwert 180 bekommen? Schafft ihr es auch umgekehrt?“

Die Werte wurden so gewählt, dass sich „glatte“ Durchschnitte ergeben:
1. Tischgruppe: 150 cm
2. Tischgruppe: 150 cm

Beim Rechnen mit realen Werten kann es leicht zu Rechenschwierigkeiten (Dezimalzahlen) kommen. Deshalb sollte ein Taschenrechner erlaubt sein.

Kann als kurzes Rollenspiel gestaltet werden als Impuls dafür, dass man sich für einen Weg entscheiden und Argumente finden muss, warum der gewählte Weg gut ist.

19

4 Welche Tischgruppe ist im Vergleich größer?

Das ist die Tischgruppe von Merve und Ole:

Merve 145 cm	Tabea 155 cm	Laura 152 cm	Ole 140 cm	Tom 158 cm

Das ist die Tischgruppe von Pia und Till:

Ronja 153 cm	Julian 144 cm	Pia 142 cm	Till 161 cm

Entwickeln eigener Ideen für Größenvergleiche von Gruppen

a) Sind die Kinder in der Tischgruppe von Merve und Ole größer oder kleiner als die Kinder in der anderen Tischgruppe?
Schreibe die Schritte auf, wie man hierfür vorgehen kann.

Auseinandersetzen mit Ideen anderer und Berechnen des Durchschnitts

b) Pia und Ole haben ihre Ideen so beschrieben:

Die Kinder sollen sich hintereinander legen und dann verteilt man gleichmäßig die Gesamtlänge auf die Kinder.

Lass uns doch einfach alle Kinder einer Tischgruppe der Größe nach aufstellen, dann sehen wir weiter.

Hinweis
Für schwierige Rechnungen darfst du hier den Taschenrechner benutzen.

Vergleiche mithilfe von Pias Weg die beiden Tischgruppen.
Vergleichen der Tischgruppen mit Hilfe des Zentralwertes

c) Nach Oles Idee sollen sich die Kinder der Größe nach aufstellen. Wie kann man damit die mittlere Körpergröße herausfinden?
Vergleiche mithilfe von Oles Weg die beiden Tischgruppen.
Bestimmen des Zentralwertes für die eigene Tischgruppe

d) Findet mit Oles Weg auch die mittlere Körpergröße eurer Tischgruppe oder Klasse heraus.
Vergleichen der beiden Vorgehensweisen

e) Du erhältst bei Pias und Oles Weg unterschiedliche Zahlen. Welchen Weg findest du besser, um die Größen zu vergleichen? Kannst du deine Entscheidung begründen und aufschreiben?



Ordnen A (Seite 20) Wie kann man einen Überblick über viele Zahlen bekommen?

Schnellzugriff

- O1 Ziele**
Die Schülerinnen und Schüler ...
- erkennen Strichlisten, Streifen-, Säulen- und Balkendiagramme als Darstellungen von Daten.
 - erstellen Balken- und Säulendiagramme.
 - vergleichen vier Diagrammartentypen und nennen jeweils Vor- und Nachteile.

O1 Bezug
nach E2; weiter mit E3 und O2 oder mit E4 und O2-4

O1 Vorbereitung / Material
die vier Diagramme auf Folie (052-1), Zeitschriften (mit Diagrammen)

O1 Umsetzungsvorschlag (ca. 45 min)	
1a)	gemeinsam passende Diagramme suchen und auf den Wissensspeicher kleben GA
1b)	Erfassen und Verstehen der vier dargestellten Diagrammartentypen; Begründen der Namen zu den Diagrammartentypen EA UG
1c)	Übertragen der gegebenen Diagrammartentypen in Säulen- oder Balkendiagramme; Vergleich der Ergebnisse der vier Klassen EA
1d)	Zeichnen von Säulen- oder Balkendiagramm für Ergebnisse der eigenen Umfrage; Vergleich der gezeichneten Diagramme untereinander und Auswertung im Klassenverband; endgültiger Eintrag in den Wissensspeicher EA PA UG EA
1e)	Vergleich der vier Diagrammtypen, Erkennen von Gemeinsamkeiten und Unterschieden EA
1f)	Erkennen und Beschreiben von Vorlieben bzgl. des Diagrammtyps EA

Intensivzugriff

O1 Umsetzungshinweise / Alternativen
Nachdem die Schülerinnen und Schüler die vier Diagrammformen kennen gelernt haben, sollten sie verstehen, dass man eine Diagrammform auch stets in eine andere überführen kann. Dies soll c) leisten, wobei auf das Zeichnen eines Streifendiagramms an dieser Stelle bewusst verzichtet wird. Nachdem die Ergebnisse aller vier Klassen dann in einer Diagrammform vorliegen, sollten die dargestellten Ergebnisse ausgewertet werden. Impulsfragen hierzu könnten sein: In welcher Klasse kommen die meisten Kinder zu Fuß zur Schule? In welcher Klasse sind die meisten Kinder?

Falls die Lernenden in Aufgabe E1 auch eine Umfrage zum Schulweg gemacht haben, bietet sich hier ebenfalls ein Vergleich mit den gegebenen Klassen an. Falls die Schülerinnen und Schüler Probleme beim Ablesen von Zwischenwerten haben, kann es gemeinsam mittels Folie wiederholt werden. Wenn Beschreibungen verwechselt werden, können die vier Merkblätter helfen.

O1 Erwartungshorizont
Alle Schülerinnen und Schüler haben in ihrem Heft mehrere Säulen- oder Balkendiagramme gezeichnet. Ein Beispiel für eine ausgefüllte Wissensspeicherseite befindet sich auf S. 457.

O1 Lernwege
Vor allem das Säulendiagramm wird von den Schülerinnen und Schülern geschätzt.
Original-Schüleräußerungen:
„Man sieht alles auf den ersten Blick.“
„Man kann gut ablesen und man braucht wenig Platz.“
„Nach oben gibt es immer Platz genug.“

O1 Diagnose
Welche Probleme treten beim Ablesen der Diagramme auf (besonders Streifendiagramm)? Werden das Balken- und das Säulendiagramm korrekt gezeichnet?

O1 Differenzierung
Lernende, die Säulen- und Balkendiagramme problemlos gezeichnet haben, können aufgefordert werden, Streifendiagramme für die vier gegebenen Klassen zu zeichnen.
Bei auftretenden Schwierigkeiten beim Zeichnen der Diagramme sollte die Lehrkraft gemeinsam mit den Schülerinnen und Schülern Schritt für Schritt ein Säulendiagramm für eine der gegebenen Klassen zeichnen und sie dann auffordern, dies auf die anderen Klassen zu übertragen.

Die Icons (Schwebelbalken, Säule, Filmstreifen) können als Merkhilfen für die neuen Bezeichnungen der Diagrammartentypen dienen.

Auf das Zeichnen eines Streifendiagramms wird hier verzichtet.

Die Schwierigkeit beim Ablesen einzelner Werte im Streifendiagramm im Unterschied zu den anderen Diagrammen sollte herausgearbeitet werden.

20
Meine Klasse und ich – Zahlenangaben sammeln und vergleichen

Ordnen A **Wie kann man einen Überblick über viele Zahlen bekommen?**

► Materialblock S.4 Wissensspeicher Diagramme

1 Verschiedene Diagramme
Identifizieren verschiedener Diagrammartentypen

a) Es gibt verschiedene Diagrammartentypen. Schneide aus Zeitungen und Zeitschriften verschiedene Diagramme aus und klebe sie in den Wissensspeicher. **Auseinandersetzen mit und Verstehen der vier verschiedenen Diagrammartentypen**

b) Vier Klassen haben in Diagrammen dargestellt, wie sie zur Schule kommen. Sie haben dabei verschiedene Arten von Diagrammen gewählt.

Strichliste der Klasse 5a

Säulendiagramm der Klasse 5b

Balkendiagramm der Klasse 5c

Streifendiagramm der Klasse 5d

Was meinst du: Warum passen diese Namen zu den einzelnen Diagrammartentypen?
Überführen gegebener Diagramme in Säulen- und Balkendiagramm

c) Fülle für jede der bei b) genannten Klassen eine Strichliste aus. Zeichne zu den Ergebnissen jeder Klasse ein Säulen- oder ein Balkendiagramm. **Zeichnen eines Säulen- oder Balkendiagramms zur eigenen Umfrage**

d) Stellt die Ergebnisse eurer eigenen Umfrage als Säulen- oder Balkendiagramm dar. **Vergleichen der vier Diagrammartentypen**
Übertrage ein Balkendiagramm und ein Säulendiagramm in den Wissensspeicher.

e) Vergleiche die vier Diagrammartentypen: Was ist bei den Diagrammen gleich? Wodurch unterscheiden sie sich? **Begründen von Vorlieben bzgl. der Diagrammart**

f) Welche der vier Diagrammartentypen findest du am besten? Begründe deine Antwort. **Vergleichen der vier Diagrammartentypen**
Vergleiche eure Antworten und übertrage sie in den Wissensspeicher.

Materialblock S.4 Wissensspeicher Diagramme



Handbuch S.457 ausgefüllter Wissensspeicher Diagramme



Materialblock S.5 Wissensspeicher Balken-, Säulendiagramm



Handbuch S.457 ausgefüllter Wissensspeicher Balken-, Säulendiagramm





Ordnen B (Seite 21) Wie kann man Zahlenangaben von zwei Gruppen vergleichen?

Schnellzugriff

O2 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler ...
 ■ können erklären, warum ein einzelner Wert nicht repräsentativ für eine Gruppe ist.

O2 Bezug

nach E3; weiter mit E4 oder nach E4; weiter mit O3, O4

O2 Umsetzungsvorschlag (ca. 10 min)

2 Mittels Ich-Du-Wir (vgl. S. 485) werden EA
 Argumente gegen Merves Vorschlag PA
 gesammelt. Die Ergebnisse werden im UG
 Plenum anschließend besprochen.

O3 / 4 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler ...
 ■ verstehen die Begriffe „Durchschnitt“ und „Zentralwert“.
 ■ können Durchschnitt und Zentralwert bestimmen.

O3 / 4 Bezug

nach O2 und E4

O3 / 4 Vorbereitung / Material

Wissenspeicher (MB S. 6); etwa 70 Münzen/Plättchen für 3a) und 3b) (Materialkoffer)

O3 / 4 Umsetzungsvorschlag (ca. 30 min+15 min)

3a)	In Gruppen (evtl. arbeitsteilig) werden die Verfahren zur Mittelwertbildung an Hand des Münzbeispiels geklärt und beschrieben.	GA
3b)	Bestimmen von Durchschnitt und Zentralwert für das konkrete Münzbeispiel	EA
3c)	Klären des Vorgehens bei einer geraden Anzahl von Daten	UG
3d)	Vergleich der Ergebnisse und Eintrag in den Wissenspeicher	UG
3e)	Körpergrößen vergleichen mit Durchschnitt und Zentralwert	EA
4	Körpergrößen vergleichen mit Durchschnitt und Zentralwert	UG

Intensivzugriff

O2 Umsetzungshinweise / Alternativen

Die Sammlung der Argumente kann auch im Plenum stattfinden. Beispielhaft sollte an einem Fall illustriert werden, was Merves Vorgehen für Auswirkungen hat.

O2 Erwartungshorizont

Ein einzelner Wert ist nicht repräsentativ für eine Gruppe. An vielen weiteren Beispielen ist ersichtlich, dass solche Generalisierungen nicht zutreffend sind.

O3 / 4 Umsetzungshinweise / Alternativen

Wird aus Zeitgründen der Kurzweg ohne E3 und O4 gewählt, sollten auf jeden Fall genügend Münzen oder Plättchen zur Verfügung gestellt werden, damit alle das Zusammenlegen und gleichmäßige Verteilen selbstständig erfahren können.
 In 3c) kommt es darauf an, dass der Unterschied in der Rechnung bei geraden und ungeraden Anzahlen bewusst gemacht wird.

O3 / 4 Erwartungshorizont

3c) Der Zentralwert beträgt 12, der Durchschnitt 14.
 3d) Bei gerader Anzahl von Daten wird zur Bestimmung des Zentralwertes der Durchschnitt aus den beiden mittleren Werten gebildet.

O3 / 4 Lernwege

Typische Formulierungen:
 „Ich addiere alle Münzen (70) und teile dann durch 5, weil es 5 Türme sind. Jeder Turm hat dann 14 Münzen.“
 „Der Zentralwert ist 12, der Wert in der Mitte.“

O3 / 4 Diagnose

- Tauchen noch Schwierigkeiten beim Vorstellen der beiden Verfahren auf? Dann evtl. die Münztürme nachbauen und sich die Mittelwertbildung an der Handlung verdeutlichen lassen.
- Haben Einzelne Schwierigkeiten bei der Verbalisierung des Vorgehens? Dann können diese zunächst das Verfahren am Münzbeispiel oder an eigenen Beispielen erklären.

An Beispielen sollten die Auswirkungen verdeutlicht werden.

Tatsächliche Münzen können dazu dienen, die Vorstellungen noch einmal handelnd nachzuvollziehen. Hier den Zusammenhang zu E3 (Fußlängen) und E4 (Körpergrößen) herstellen.

Die Problematik, wie der Zentralwert bei gerader Anzahl von Werten bestimmt wird, wird mit eigenen Worten beschrieben; Bezug zu E4c).

Nachdem die Begriffe „Durchschnitt“ und „Zentralwert“ geklärt sind, wird hier der Oberbegriff „Mittelwert“ genannt.

Ordnen
21

Ordnen B Wie kann man Zahlenangaben von zwei Gruppen vergleichen?

10'

2 Vergleichen von zwei Gruppen
Erkennen der Bedeutung einer Kenngröße für eine Gruppe
 In der Klasse von Merve wurde untersucht, ob die Jungen oder die Mädchen die größeren Füße haben.
 Warum sollte man nicht so wie Merve vorgehen, um zwei Gruppen zu vergleichen?

Das ist doch ganz einfach: Ich bin ein Mädchen und Ole ist ein Junge. Und Ole hat kleinere Füße als ich. Also haben Jungen kleinere Füße als Mädchen.

3 Ein Wert für alle Daten einer Gruppe
 Pia und Ole suchen einen besonderen Wert für jede Gruppe, mit dem man die Daten von verschiedenen Gruppen vergleichen kann.
Beschreiben des Verfahrens zur Bestimmung des Durchschnitts mit eigenen Worten

a) Man kann z.B. wie bei den Körperlängen verschiedener Tischgruppen vorgehen: Alles zusammenlegen und dann gleichmäßig verteilen.

Schreibe auf, warum die beiden Bilder zu Pias Verfahren passen.

Beschreiben des Verfahrens zur Bestimmung des Zentralwerts mit eigenen Worten

b) Oder man sucht wie bei den Körperlängen den Wert in der Mitte: Die Größe nach sortieren und den Wert in der Mitte suchen.

Schreibe auf, warum die beiden Bilder zu Oles Verfahren passen.

Bestimmen von Durchschnitt und Zentralwert einer konkreten Zahlenreihe
 c) Die fünf Münzentürme in den Bildern oben bestehen aus 18, 5, 26, 9 und 12 Münzen. Bestimme den Durchschnitt* und den Zentralwert* für die Höhe der fünf Türme.

Bestimmen des Zentralwertes bei gerader Anzahl von Daten
 d) Wie bestimmst du den Zentralwert, wenn es sechs statt fünf Münzentürme gibt? Erkläre in eigenen Worten das Problem und wie man es lösen kann.

Festhalten der Erkenntnisse über die beiden Mittelwerte
 e) Vergleiche untereinander eure Beschreibungen und Rechnung aus a) bis d) und übertrage sie dann in den Wissenspeicher.

4 Mit Hilfe von Mittelwerten die Daten verschiedener Gruppen vergleichen
Erstes Anwenden der neuen Erkenntnisse über die beiden Mittelwerte auf eigene Werte
 Sind in eurer Klasse die Mädchen oder die Jungen größer? Vergleiche einmal mit Hilfe des Durchschnitts und einmal mit dem Zentralwert.

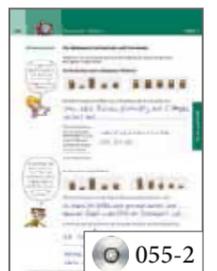
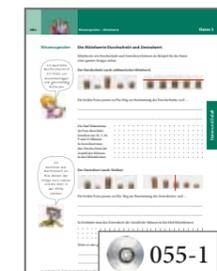
* Neues Wort
 Der Wert, der durch Zusammenlagern und Aufteilen entsteht, heißt Durchschnitt. Zum Durchschnitt sagt man auch arithmetischer Mittelwert oder arithmetisches Mittel.

* Neues Wort
 Der Zentralwert ist der Wert in der Mitte. Zum Zentralwert sagt man auch Median.

* Neues Wort
 Mittelwerte wie Durchschnitt und Zentralwert können als Beispiel für die Daten einer ganzen Gruppe stehen.

Materialblock S. 6 Wissenspeicher Mittelwerte

Handbuch S. 458 ausgefüllter Wissenspeicher Mittelwerte





Vertiefen 1 (S. 22–23) **Daten sammeln, darstellen und auswerten**

Daten sammeln und in Säulen- und Balkendiagrammen darstellen

Hintergrund

Daten kommen im Alltag in vielen Facetten vor. In den Aufgaben **V1** bis **V5** bleibt der Fokus auf den Daten der Schülerinnen und Schüler (Hobbys, Fußlängen, Gewicht der Schultaschen, Taschengeld). Wichtig ist, dass sie lernen, Informationen aus Diagrammen abzulesen und sie in Beziehung zu anderen Aspekten zu setzen. Auch der Vergleich von Diagrammen spielt eine Rolle (**V3** und **V4**).

Seite 22

Training

1 Hobbys zählen

Erstellen einer Strichliste, Zeichnen eines Balkendiagramms

In der Tabelle rechts stehen die Hobbys der Kinder aus der Klasse 5 b.

a) Wie oft wurden die Hobbys genannt? Erstelle eine Strichliste.

b) Zeichne ein Balkendiagramm. Das Diagramm soll zeigen, wie oft jedes Hobby genannt wurde.

Merve	Reiten	Julian	Leichtathletik
Franz	Einradfahren	Maria	Reiten
Hannes	Fußball	Laura	Astronomie
Ronja	Reiten	Robert	Klavier
Paul	Trompete	Clara	Reiten
Maik	Fußball		
Ole	Astronomie		
Tom	Trompete		
Steffi	Klavier		
Till	Schwimmen		
Lilly	Reiten		
Pia	Leichtathletik		
Tabea	Fußball		

Typus Training

Dauer ca. 15 min

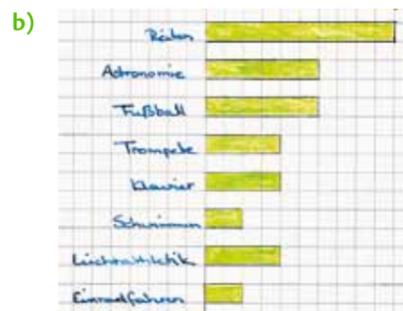
Bezug nach E1, E2, O1

Hinweise geschlossene Trainingsaufgabe zum Erstellen eines Balkendiagramms; als HA geeignet

Differenzierung: Für Schwächere sollte ein Beispiel eines Balkendiagramms als „Vorbild“ zur Verfügung stehen. Schnellere Schülerinnen und Schüler können als Zusatzaufgabe selbst die Hobbys der Mitschülerinnen und Mitschüler erheben.

Lösungen

- a) Reiten: 5x; Astronomie: 3x; Fußball: 3x; Trompete: 2x; Klavier: 2x; Schwimmen: 1x; Leichtathletik: 2x; Einradfahren: 1x



Seite 22

Training

2 Schuhgrößen sammeln

Darstellen von Daten und Ablesen von Informationen aus Diagrammen

Schreibt alle eure Schuhgrößen an die Tafel. Ihr könnt auch die folgenden Schuhgrößen einer Beispielklasse nehmen:

35	37	39	38	36	37	40	35	38	35
34	36	39	34	36	35	38	39	38	36
39	35	38	34	38					

- a) Stelle die Schuhgrößen übersichtlich in einer Strichliste dar.
- b) Zeichne ein Säulendiagramm für die Schuhgrößen.
- c) Was kannst du an deinem Diagramm alles ablesen? Schreibe einige Sätze dazu auf.



Typus Training

Dauer ca. 15 min

Bezug nach E1, E2, O1

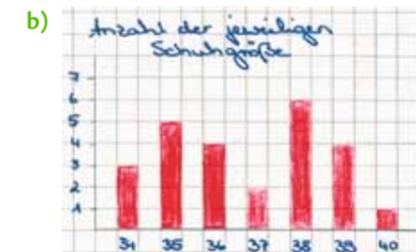
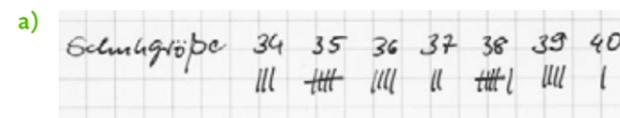
Hinweise geschlossene Trainingsaufgabe zum Erstellen eines Balkendiagramms.

Falls die Schuhgrößen der Beispielklasse genutzt werden oder die Schuhgrößen der eigenen Klasse bereits gesammelt sind, ist der Rest als HA geeignet.

Umsetzung: zu a): Die Datenaufnahme kann entweder über Zuruf geschehen oder jedes Kind schreibt seine Schuhgröße auf einen Zettel, diese werden an der Tafel gesammelt. Dann können die Säulen des Diagramms aus den Zetteln „entstehen“ (wie bei E2).

c) zunächst in PA oder GA, dann Präsentation im Plenum.

Lösungen



- c) abzulesen sind z. B.: kleinste Schuhgröße 34, größte Schuhgröße 40, größte Häufigkeit bei Schuhgröße 38

Typus Training

Dauer ca. 15 min

Seite 22

3 Schultaschen wiegen

Entnehmen von Informationen aus Diagrammen

Im Diagramm rechts stehen Informationen über das Gewicht der Schultaschen einer 5. Klasse.

Gewicht	Anzahl
3 bis 4 kg	
2 bis 3 kg	
unter 2 kg	

- a) Wie viele Schultaschen wurden gewogen?
- b) Vergleiche das Diagramm mit Diagrammarten, die du schon kennst.
 - Was ist hier anders?
 - Was findest du gut? Was findest du schlecht?
- c) Wiegt die Schultaschen in eurer eigenen Klasse. Zeichnet für das Ergebnis ein Diagramm.
- d) Ist deine Schultasche im Vergleich zu den anderen eher leicht oder schwer?

Bezug nach E1, E2, O1

Hinweise Trainingsaufgabe zum Lesen von Diagrammen und Übertragen von neuem Wissen auf eigene Daten

Umsetzung: Für c) und d) ist es erforderlich, dass jedes Kind das Gewicht seiner gefüllten Schultasche kennt. Dies könnte als vorbereitende Hausaufgabe aufgegeben werden. Es ist natürlich auch möglich, das Gewicht jeder Schultasche mit Hilfe einer Personenwaage zu bestimmen.

Differenzierung: Eine kurze Reflexion bzw. eine Zusammenfassung der bisher aufgetauchten Probleme von Diagrammen (evtl. erste Vermutungen zur Manipulation) stellen Ideen zur Erweiterung der Aufgabe dar.

Diagnose: Für b) sind ganz unterschiedliche Antworten denkbar und es ist ein Vergleichen mit Bekanntem und ein Weiterdenken erforderlich. Die Antworten können diagnostische Hinweise geben, inwieweit die Kinder in der Lage sind, Diagramme zu beurteilen.

Lernwege

Schülerbeispiele für b):

Was ist hier anders? Diese wurden bei Schultaschen alle gewogen. Außerdem ist das hier ein Piktogramm und kein Diagramm.

Bei diesen Diagrammen muss man Zahlen um die Anzahl herausfinden. Ich finde gut, dass es übersichtlich ist, ich finde nicht so gut, dass man Zahlen muss!



Lösungen

- a) 18 Schultaschen wurden gewogen.
- b) Die Schultaschen stellen die Balken dar. Man muss die Taschen zählen, man kann die Werte nicht direkt ablesen. Es sind keine expliziten Gewichtsangaben angegeben.
- c), d) verschiedene Lösungen sind möglich

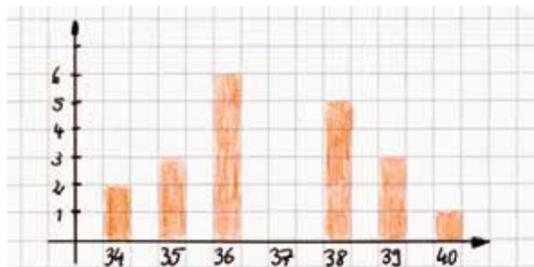
Typus Training
Dauer ca. 15 min

Seite 23

Training

4 Schuhgrößen vergleichen
Vergleichen verschiedener Diagrammart

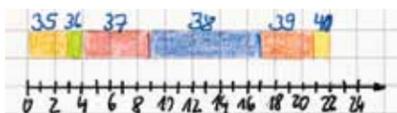
Klasse 5 a



Die beiden Diagramme zeigen die Schuhgrößen von zwei Klassen.

Die beiden Klassen haben verschiedene Diagrammart gewählt.

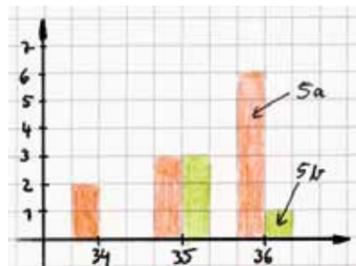
Klasse 5 b



- a) Vergleiche die Schuhgrößen der beiden Klassen anhand der Diagramme miteinander. Schreibe auf, was dir aufgefallen ist.
- b) Zeichne für die Klasse 5 b ein Säulendiagramm. Vergleiche deine Zeichnung mit dem Säulendiagramm der Klasse 5 a.

weitergedacht

- c) Ole hat begonnen, die Säulendiagramme der beiden Klassen in ein einziges Diagramm zu zeichnen.
 - Was ist hier anders?
 - Zeichne nach Oles Idee das gemeinsame Diagramm für die beiden Klassen 5 a und 5 b im Heft weiter.
 - Schreibe eine Frage auf, die man mit diesem Diagramm besonders gut beantworten kann.



Bezug nach E1, E2, O1

Hinweise eher geschlossene Trainingsaufgabe mit Ausblick auf vergleichende Diagrammformen
Umsetzung: zu a): Kriterien, nach denen die Klassen miteinander verglichen werden, können gemeinsam festgelegt werden.
Sollte c) den Schülerinnen und Schülern Schwierigkeiten bereiten, so können auch zunächst zwei einzelne Diagramme gezeichnet werden, welche dann durch gemeinsame Besprechung zu einem transferiert werden (einzelne Säulen ausschneiden und in das andere Diagramm einfügen).

Lösungen

- a) Hier gibt es zahlreiche Möglichkeiten, z. B.: In der Klasse 5b haben die Kinder größere Füße. Oder: In Klasse 5a gibt es Kinder mit kleineren Füßen als in Klasse 5b. Klasse 5b hat mehr Schülerinnen und Schüler.
- b) verschiedene Lösungen sind möglich, zu beachten ist: In Klasse 5a gibt es mittendrin eine Schuhgröße (37), die keiner hat.
- c) verschiedene Lösungen sind möglich, z. B.: In welcher Klasse gibt es die kleinste Schuhgröße? (5a)



Seite 23

5 Taschengeld von Jungen und Mädchen
Ablesen von Werten aus einem Diagramm

Die Abbildung stellt dar, wie viel Taschengeld die Schülerinnen und Schüler einer Klasse monatlich bekommen.



- a) Wie viel Taschengeld bekommen die Mädchen und Jungen insgesamt?
- b) Was meinst du: Bekommen die Mädchen oder die Jungen mehr Taschengeld?

Typus Training
Dauer ca. 10 min

Bezug

Hinweise

nach E1, E2, O1

geschlossene Trainingsaufgabe zum Lesen von Diagrammen mit Ausblick auf vergleichende Diagrammformen; als HA geeignet
Umsetzung: Bei b) sollte zunächst der Schwerpunkt alleine auf dem Ablesen der Werte aus dem Diagramm liegen. Es kann aber auch schon eine Diskussion um mittlere Werte begonnen werden.

Lösungen

- a) Summe des Taschengeldes der 24 Kinder: 480 €
Summe bei den 10 Mädchen: 200 €, Summe bei den 14 Jungen: 280 €
- b) Durchschnittlich bekommen die Mädchen genau soviel Taschengeld wie die Jungen. (Durchschnitt bei Mädchen und bei Jungen 20 €)



Vertiefen 2 (S. 24–26) Durchschnitt beschreiben und bestimmen

Bestimmen von Durchschnitt zu bereits gesammelten Daten

Hintergrund

Ziel dieser Vertiefen-Sequenz (V6 bis V14) ist es, dass die Schülerinnen und Schüler den Umgang mit dem Durchschnitt üben – er wird berechnet und es wird die Idee der Durchschnittsbildung auf verschiedene Weisen vertieft. So werden z. B. besondere Zahlenreihen betrachtet, bei denen eine Rechnung unnötig viel Arbeit wäre (V8, V10, V13) oder es gibt ein Spiel um Zahlenreihen mit möglichst vielen Zahlen zu einem gegebenen Durchschnitt zu finden (V12).

Seite 24

Training

6 Schuhgrößen im Mittel

Berechnen und Vergleichen von Durchschnittswerten; Vergleichen von Diagrammen

- a) Vergleiche die Schuhgrößen der beiden Klasse aus Aufgabe 4 auf Seite 23. Welche Klasse hat im Durchschnitt die größeren Füße?
- b) Schreibe auf, wie du in a) gerechnet hast.



Typus

Training

Dauer

ca. 10 min

Bezug

nach E3, E4, O3

Hinweise

geschlossene Trainingsaufgabe

Umsetzung: Beim Berechnen des Durchschnitts sollte ein Taschenrechner zugelassen werden. Neben der Berechnung des Durchschnitts können die Diagramme visuell interpretiert werden, z. B. „Woran sieht man, dass die Kinder der Klasse 5b die größeren Füße haben?“

Lösungen

- a) Klasse 5a hat im Durchschnitt die Schuhgröße 36,8; Klasse 5b 37,6. Klasse 5b hat also im Durchschnitt die größeren Füße. Mögliche Aspekte beim Vergleich der beiden Datenmengen:
- Insgesamt haben in Klasse 5b 17 Kinder eine Schuhgröße bis 38, in Klasse 5a sind es nur 16.
 - In Klasse 5a haben 2 Kinder die Schuhgröße 34 und in Klasse 5b kein Kind.
- b) verschiedene Lösungen sind möglich

Seite 24

7 Mit Fußgrößen messen

Verstehen der Durchschnittsbildung am Beispiel der alten Maßeinheit „Fuß“

In Aufgabe 3 auf Seite 18 habt ihr die Fußlängen von Mädchen und Jungen verglichen. Dabei habt ihr festgestellt, dass Füße unterschiedlich lang sind.



Im Mittelalter wurde die Fußgröße als Maß verwendet, um Längen abzumessen. Damit „ein Fuß“ immer das Gleiche bedeuten konnte, schlug der Stadtschreiber Jakob Köbel Folgendes vor:

„16 Männer groß und klein“ stellen ihre Füße hintereinander. Eine Leine wird neben die Füße gelegt und genau so abgeschnitten, wie die 16 Füße insgesamt lang sind. Dann wird die Leine viermal halbiert, also in 16 gleiche Teile geteilt. Das Ergebnis ist dann „ein Fuß“.

Bild von Jakob Köbel, geboren 1462 in Heidelberg

- a) Bestimmt auf diese Weise euren „Klassenfuß“.
- b) Warum ist das Verfahren sinnvoll? Erkläre deine Antwort.

Typus

Reflexion

Dauer

ca. 20 min

Bezug

nach E3, E4, O3

Material

eine ca. 12 m lange Leine; Maßband (Materialkoffer)

Hinweise

eher geschlossene Trainingsaufgabe; als HA geeignet, wenn sichergestellt ist, dass alle Kinder die Fußgrößen der anderen gesammelt haben
Umsetzung: Alle Kinder sollen sich so aufstellen, dass z. B. alle rechten Füße hintereinanderstehen. Mit der Leine wird die Gesamtlänge „abgenommen“ und dann durch entsprechendes Teilen auf den „Klassenfuß“ gebracht. Die Länge des „Klassenfußes“ wird anschließend abgemessen. Bei der Besprechung der Aufgabe kann auf die Bedeutung von normierten Standardgrößen eingegangen werden („Warum ist es wichtig, dass unter einem Fuß alle das Gleiche verstehen?“). Dies wird auch noch im Kapitel „Größen“ thematisiert.

Lösungen

- a) verschiedene Lösungen sind möglich, abhängig von der Klassensituation
- b) Das Verfahren ist sinnvoll, weil so nicht der Fuß einer einzelnen Person genutzt wird, sondern eine Zahl gefunden wird, die stellvertretend für viele Füße steht.

Seite 24

Training

8 Ergebnisse im Weitsprung ermitteln

Bestimmen von Zahlenmengen zu gegebenem Durchschnitt

Petra ist schon viermal gesprungen. Das sind ihre Sprungweiten: 150 cm, 144 cm, 146 cm, 120 cm

- a) Wie groß ist ihre durchschnittliche Weite bisher?
- b) Wie weit muss sie im fünften Sprung mindestens springen, damit sich ihre durchschnittliche Sprungweite erhöht? Begründe deine Antwort, ohne zu rechnen.
- c) Wie weit muss sie im fünften Sprung springen, damit sie eine Durchschnittsweite von 145 cm erreicht?



Typus

Training

c) Problemlösen

Dauer

ca. 20 min

Bezug

nach O3

Hinweise

weiterführende Trainingsaufgabe zum vertiefenden Verständnis des Durchschnitts; als HA geeignet

Umsetzung: Evtl. Schwierigkeit in b): Man kann hier leicht denken, dass alle Sprünge über 120 cm den Durchschnitt bereits erhöhen würden.

Lösungen

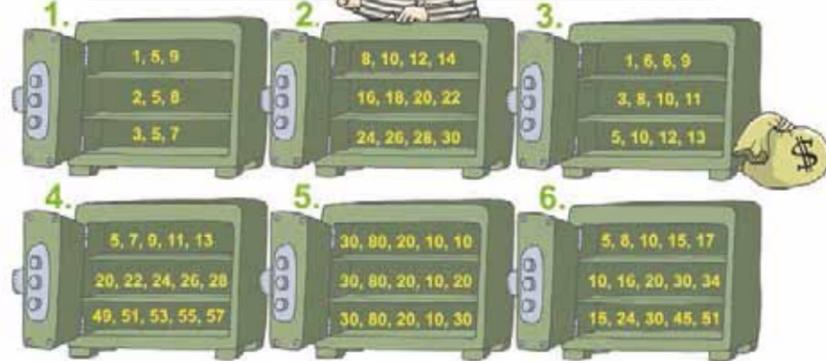
- a) Die durchschnittliche Sprungweite beträgt 140 cm.
- b) Sie muss weiter als 140 cm springen, da sich der Durchschnitt nur dann erhöht, wenn Werte höher sind als der Durchschnitt.
- c) Sie müsste mindestens 165 cm springen. Die zugrundeliegende Idee ist: Zusammen müssen die fünf Sprünge 725 cm betragen, da $725 \text{ cm} : 5 = 145 \text{ cm}$ und $725 \text{ cm} - 150 \text{ cm} - 144 \text{ cm} - 146 \text{ cm} - 120 \text{ cm} = 165 \text{ cm}$



Seite 25

Training

9 Zahlen im Safe
Bestimmen von Durchschnitten und Erkennen von Mustern darin



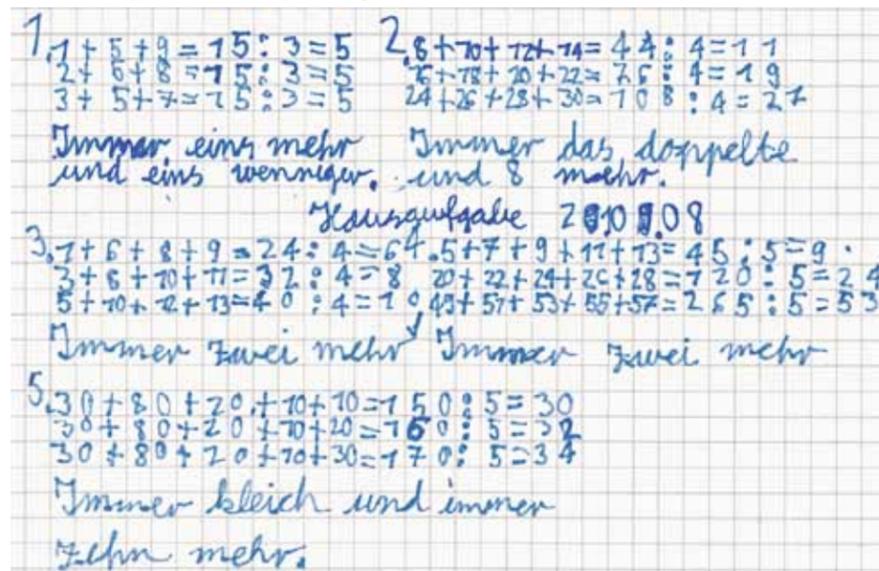
- a) Berechne jeweils den Durchschnitt der Zahlen in jedem Fach. Schreibe auch auf, was dir bei jedem Fach auffällt.
- b) Erkläre alle deine Entdeckungen.
- c) Erfindet ähnliche Zahlensafes. Tauscht sie untereinander und untersucht sie gegenseitig.

Typus
Training
Dauer
ca. 20 min

Bezug nach O3

Hinweise geschlossene Trainingsaufgabe zum vertiefenden Verständnis der Durchschnittsbildung durch Erkennen von Mustern in Zahlenreihen; als HA geeignet
Umsetzung: Vor allem bei (1) bis (3) kann man an die Münztürme erinnern und damit ein Umschichten anregen. Dies ist schneller als die Rechnungen und die Idee des Zusammenlegens und gleichmäßigen Verteilens wird deutlich. Es ist wichtig, hier Schülersprache zuzulassen.
Differenzierung: Das Festhalten der Entdeckungen kann in Gruppen passieren. Beispielsweise könnte jede Gruppe einen Safe übernehmen und eine Regel dazu formulieren.

Lernwege Schülerbeispiel aus der Erprobung:



Lösungen

- a) 1. immer 5 2. 11, 19, 27 3. 6, 8, 10 4. 9, 24, 53 5. 30, 32, 34 6. 11, 22, 33
- b) 1. 5 steht immer in der Mitte und hat den gleichen Abstand zu den beiden anderen Zahlen.
 2. Vier gerade Zahlen mit Abstand 2: Durchschnitt liegt immer in der Mitte der beiden mittleren Zahlen, ist aber selber nicht im Zahlenpaket enthalten.
 3. Die Abstände sind hier immer zwischen dem 1. und 2. Wert 5, zwischen dem 2. und 3. Wert 2 und die letzten beiden Zahlen sind aufeinanderfolgend. Dabei ist die 2. Zahl der Durchschnitt.
 4. Wenn 5 Zahlen mit Abstand 2 aufeinander folgen, dann ist immer die 3. Zahl die Durchschnittszahl (Differenzierung: Erweitern auf beliebige ungerade Anzahl).
 5. Fünf Vielfache von 10 sollen einen Durchschnitt ergeben. Auffallend sind hier die letzten Zahlen im Paket (10, 20, 30). Das sind die einzigen Zahlen, die sich verändern. Wächst die Zahlenreihe also um 10, erhöht sich der Durchschnitt um 2. Der Durchschnitt ist außerdem, genauso wie die Zahlenreihe selbst, immer Vielfaches von 2.
 6. Die Durchschnittszahlen sind 11, 22, 33. Sie liegen immer zwischen der dritten und vierten Zahl im Zahlenpaket. Eine weitere Besonderheit ist hier, dass die erste Zahlenreihe in der zweiten und dritten verdoppelt bzw. verdreifacht wurde. Dadurch verdoppelt bzw. verdreifacht sich auch der Durchschnitt.
- c) verschiedene Lösungen sind möglich

Typus
Training
Dauer
ca. 15 min

Seite 25

Tipp
Vergleiche die Rechnungen, wenn du die beiden Durchschnitte bestimmst.

10 Erst sortieren, dann rechnen
Erkennen von Zusammengehörigkeit bei Durchschnittsbestimmung

- a) Erkläre Oles Entdeckung.
 12 und 18 sind so ähnlich wie 1012 und 1018, wenn man den Durchschnitt berechnet.
- b) Sortiere die folgenden Aufgaben erst so wie Ole in ähnliche Gruppen. Dann kannst du den Durchschnitt einfacher berechnen.
 (1) 1, 2, 9 (2) 10, 50, 60 (3) 31, 32, 39
 (4) 110, 150, 160 (5) 100, 200, 900 (6) 1, 5, 6
 (7) 1001, 1002, 1009 (8) 1010, 1080, 1090 (9) 101, 102, 109



Bezug nach O3
Hinweise

geschlossene Trainingsaufgabe zum Erkennen von ähnlichen Zahlenreihen; dient dem vertiefenden Verständnis und der Vereinfachung der Durchschnittsbildung; als HA geeignet
Umsetzung: Das Erinnern an die Münztürme könnte helfen, die Idee zu verstehen, warum manche Zahlenreihen „verwandt“ sind. Wie die Schülerinnen und Schüler die Verwandtschaft der Zahlenreihen erklären, kann als Diagnoseanlass dienen.

Lösungen

- a) Beide Zahlen sind jeweils um 1000 größer – also ist auch der Durchschnitt um 1000 höher.
- b) Gruppe 1: Durchschnitte: (1) 4 (3) 34 (5) 400 (7) 1004 (9) 104
 Gruppe 2: Durchschnitte: (2) 40 (4) 140 (6) 4
 (8) gehört keiner der beiden Gruppen an (Durchschnitt: 1060)

Typus
Training
Dauer
ca. 25 min

Seite 25



11 Durchschnittliches Familienalter bestimmen
Bestimmen des Durchschnitts an selbst erhobenen Daten

- a) Bestimme das durchschnittliche Alter in deiner Familie oder Großfamilie. Überlege zuerst, wer dazu gehören soll. Benutze zum Rechnen einen Taschenrechner.
- b) Sammelt eure Ergebnisse in der Klasse. Unterscheiden sich die Daten voneinander? Welche Gründe könnte es dafür geben?
- c) Berechne das Durchschnittsalter aller Familien in deiner Klasse.



Bezug nach O3

Hinweise offene Trainingsaufgabe mit persönlichem Bezug; als HA geeignet
 Umsetzung: Man sollte vorher bewusst machen, dass es wichtig ist, zu vermerken, wer alles zur Familie gehört (z. B. Eltern, Großeltern, Geschwister). Um eine Vergleichbarkeit zu erreichen, ist es sinnvoll, sich zu einigen (z. B. nur die Eltern und Geschwister oder alle, die zusammen wohnen,...) Möglicher Impuls: Errechnet erst den Altersdurchschnitt eurer engsten Familie (Eltern, Geschwister und Großeltern). Erweitert den Begriff der Familie danach noch um Onkel, Tanten und Cousins. Errechnet nun den Altersdurchschnitt eurer Großfamilie (inklusive Eltern, Geschwister, Großeltern, Onkel, Tanten und Cousins). Was verändert sich? Warum?

Lösungen Die Daten werden sich wahrscheinlich recht stark unterscheiden. In jedem Fall sollten Mutter, Vater, Geschwister, Omas und Opas in der Datenaufnahme enthalten sein. Die Definition von „Familie“ kann aber auch auf Cousins, Onkel und Tanten erweitert werden.

Seite 26

Typus Training
 Dauer ca. 20 min

12 Durchschnitt rückwärts
Finden von Zahlenreihen zu einem gegebenen Durchschnitt
 „Durchschnitt rückwärts“ ist ein Spiel für 2 bis 5 Spieler. Dabei sollen möglichst viele Würfel zu einem bestimmten Durchschnitt gefunden werden.

Material
 40 Spielwürfel

Tipp
 Wenn ihr keine 40 Würfel habt, könnt ihr die Würfelkarten aus dem Materialblock ausschneiden. Legt sie verdeckt in die Mitte und zieht eine Karte.

► Materialblock S. 8 Arbeitsmaterial Würfelkarten

Spielregeln:

1. Würfelt mit 40 Würfeln. Alle Würfel sollen für alle gut sichtbar sein.
2. Würfelt dann mit einem Extra-Würfel eine Zielzahl.
3. Reihum darf nun jeder ein bis vier Würfel aus der Mitte nehmen, deren Durchschnitt die Zielzahl ist.
4. Für jeden Würfel gibt es einen Punkt.



Beispiel:
 Als Zielzahl wurde eine Drei gewürfelt.

Merve nimmt  und erhält 1 Punkt.

Ole nimmt  und erhält 3 Punkte.

Till nimmt . Die anderen bemerken seinen Fehler und er muss die Würfel zurücklegen.

a) Spielt einige Runden das Spiel „Durchschnitt rückwärts“. Wer von euch konnte die meisten Punkte bekommen?

b) Beschreibt euch gegenseitig, wie ihr die passenden Zahlen gefunden habt.

Bezug nach O3

Material 40 Würfel (Materialkoffer) oder Würfelkarten (Materialblock S. 8; 064-1)

Hinweise spielerisches Training der Durchschnittsbildung mit entgegengesetzter Aufgabenstellung (Finden passender Zahlen zu vorgegebenem Durchschnitt)
 Umsetzung: Die Spielregeln sollten im Unterrichtsgespräch geklärt werden, indem eine Proberunde mit 2–3 Rechnungen durchgespielt wird. b) sollte zum Abschluss des Spielens von jeder Gruppe gemeinsam bearbeitet werden.

Lösungen verschiedene Lösungen sind möglich

Seite 26

Typus Training
 Dauer ca. 15 min

13 Erst schätzen, dann rechnen
Schätzen und Berechnen von Durchschnitten

a) Schätze zuerst den Durchschnitt der Daten. Überprüfe danach durch Rechnung.

(1) 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 30, 30, 30, 30, 30, 30, 30, 30
 (2) 300, 450, 600
 (3) 23, 25, 24, 26
 (4) 50, 101, 99, 100, 150
 (5) 1, 2, 3, 4, 1000

b) Schreibe mit eigenen Worten auf, was du aus den Beispielen in a) gelernt hast.

Bezug nach O3

Hinweise geschlossene Trainingsaufgabe zum vertiefenden Verständnis und der Vereinfachung der Durchschnittsbildung; als HA geeignet
 Umsetzung: Wenn die Schätzungen stark vom errechneten Durchschnitt abweichen, kann man erforschen, woher die Fehleinschätzung kommt, um diesen „Fehler“ nicht wieder zu begehen. Vielleicht lässt sich auch die Stelle finden, an der die Zahlenreihe versucht die Schülerinnen und Schüler „reinzulegen“. Der Rückgriff auf die Münztürme kann helfen die einzelnen Phänomene besser zu verstehen. Das Verbalisieren in eigenen Worten bei b) bietet gute diagnostische Hinweise und Gesprächsanlässe im Unterricht.

Lösungen (1) Durchschnitt: 15 (0 und 30 kommen gleich oft vor)
 (2) Durchschnitt: 450
 (3) Durchschnitt: 24,5 (4 aufeinanderfolgende Zahlen)
 (4) Durchschnitt: 100
 (5) Durchschnitt: 202

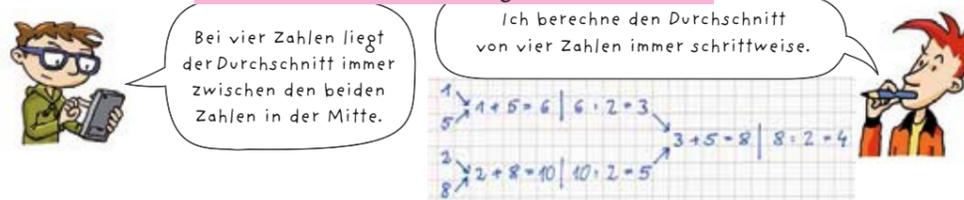
Seite 26

Typus Reflexion
 Dauer ca. 10 min

14 Durchschnitt von vier Zahlen
Kritisches Prüfen von Vorstellungen zum Durchschnitt

Bei vier Zahlen liegt der Durchschnitt immer zwischen den beiden Zahlen in der Mitte.

Ich berechne den Durchschnitt von vier Zahlen immer schrittweise.



Bezug nach O3

Hinweise offene, anspruchsvolle Aufgabe zur Auseinandersetzung mit vorgegebenen Meinungen und zum selbständigen Finden von Beispielen und Begründungen; als HA geeignet
 Ergänzung: „Erfindet eigene Aussagen über Durchschnitte. Lasst eure Mitschülerinnen und Mitschüler überprüfen, ob sie stimmen. Wenn sie nicht richtig sind, warum nicht? Lassen sie sich in richtige Aussagen umwandeln?“

Lösungen Oles Vorstellung wäre immer richtig, wenn sie sich auf den Zentralwert beziehen würde, für den Durchschnitt ist sie aber nicht allgemeingültig (Gegenbeispiel: 1, 2, 3 und 14). Tills Aussage stimmt immer.



Vertiefen 3 (S. 27–29)

Durchschnitt und Zentralwert vergleichen

Bestimmen und Untersuchen von Durchschnitt und Zentralwert in verschiedenen Kontexten und Zahlenreihen

Hintergrund

Nachdem in der vorigen Vertiefen-Sequenz die Berechnung und das tiefere Verständnis des Durchschnittes im Mittelpunkt stand, wird hier in den Aufgaben **V15** bis **V23** nun zusätzlich der Zentralwert betrachtet. Beide Mittelwerte werden gemeinsam betrachtet und verglichen. Weiter wird erstmals die Bedeutung von extremen Werten (Ausreißer) thematisiert und ihre Auswirkung auf die Mittelwerte reflektiert (**V15**, **V17**, **V21**, **V23**).

Typus Training

Dauer
ca. 15 min

Seite 27

15 Richie Rich und die Mittelwerte

Berechnen von Durchschnitt und Zentralwert und Untersuchen von Ausreißern

In die Klasse aus Aufgabe 5 auf Seite 23 kommt der Millionärssohn Richie Rich. Er bekommt jeden Monat 320 € von seinen Eltern.

Was ändert sich nun am Durchschnitt und am Zentralwert des Taschengeldes?
Berechne und erkläre.



Bezug

nach **O3**

Hinweise

geschlossene Berechnungsaufgabe mit anschließender Diskussion über die Folgen von Ausreißer-Werten; Berechnung als **HA** geeignet

Umsetzung: Mögliche Diskussion in der Klasse nach der Berechnung: Warum verändert sich der Durchschnitt so stark, obwohl nur eine Person dazu kommt? Welche Konsequenzen hat das für die Bedeutung des Durchschnitts? Idee: Der Durchschnitt allein ist nicht sehr aussagekräftig. Wann verfälscht ein Wert den Durchschnitt sehr stark? Idee: Wenn es „Ausreißer“ gibt, ist der Durchschnitt nicht sehr aussagekräftig. Man muss also Ausreißer vermeiden bzw. herausnehmen. Wann ist es besser den Zentralwert zu nutzen?

Differenzierung: Für Schwächere kann die Anzahl der Daten reduziert werden, z. B. 20 €, 15 €, 25 € und 300 €. Die Erkenntnis, dass sich der Durchschnitt stark und der Zentralwert kaum verändert, bleibt dabei gleich.

Lösungen

Der Klassendurchschnitt erhöht sich von 20 € auf 32 € und damit um insgesamt 12 €. Der Zentralwert bleibt bei 20 €.

Seite 27

Training

16 Vorstellungen vom Mittelwert

Prüfen der Vorstellungen zu Zentralwert und Durchschnitt

Silja und Tim stellen sich bei „Mittelwert“ verschiedene Dinge vor.

Ich stelle mir vor, ich lege alles zusammen und verteile gleichmäßig.



Bei Mittelwert stelle ich mir einfach vor: Das ist die Zahl in der Mitte.

- a) Silja ist 154 cm und Tim ist 146 cm groß
Wie würde Silja den Mittelwert ausrechnen und wie Jona?
- b) Nun kommt Sven hinzu. Er ist 156 cm groß.
Wie würden Siljas und Tims Lösungen nun aussehen?

Typus Training

Dauer
ca. 10 min

Bezug

nach **O3**

Hinweise

geschlossene Aufgabe zur Gegenüberstellung von Durchschnitt und Zentralwert; als **HA** geeignet
Umsetzung: Die Datenreihe könnte noch erweitert werden, um zu sehen, welches Ergebnis „besser“ ist. Hier wäre auch eine Klassenumfrage möglich: Wer denkt wie Silja und wer wie Tim?

Warum denkt ihr so? Was gefällt dir an „deinem“ Mittelwert besonders gut?

Es könnte im Anschluss ein Plakat erstellt werden mit Vor- bzw. Nachteilen für jeden Mittelwert.

Lösungen

- a) Tim verbindet mit dem Wort „Mittelwert“ den Zentralwert, Silja hingegen den Durchschnitt.
Bei beiden sind die Werte gleich groß, nämlich 150 cm.
- b) Silja (Durchschnitt): 152 cm
Tim (Zentralwert): 154 cm

Typus

Reflexion

Dauer
ca. 10 min

Seite 26

17 Basketballteams

Anwenden der Begriffe „Durchschnitt“ und „Zentralwert“

Vergleiche die beiden Basketballteams.

Verwende dabei auch die beiden Begriffe „Durchschnitt“ und „Zentralwert“.



Bezug

nach **O3**

Hinweise

offene Reflexionsmöglichkeit zu den Begriffen „Durchschnitt“ und „Zentralwert“; als **HA** geeignet
Umsetzung: Evtl. kann die Situation auch mit Kindern aus der Klasse nachgestellt werden. Wichtig ist hier eine Diskussion über die mittlere Spielergröße. Es ist durchaus sinnvoll auch darüber zu diskutieren, welche Mannschaft wohl Vor- bzw. Nachteile beim Spiel hat.

Lernwege

Die rote Mannschaft hat einen ganz großen Jungen aber sonst nur ganz kleine Spieler. Die blaue Mannschaft hat alle zumal große Spieler deswegen ist der Durchschnitt bei den Mannschaften gleich.

Bei der roten Mannschaft kann es der große nicht sein da er nicht in der mitte steht deswegen hat die blaue Mannschaft einen größeren Zentralwert.

Im Team rot gibt es einen riesen und drei kleine.

Im Team blau gibt es vier mittel große Spieler.

Der Durchschnitt ist etwa gleich.

Der Zentralwert von blau ist größer als der Team rot.

Lösungen

Der große Spieler der roten Mannschaft wirkt sich auf deren durchschnittliche Größe aus, sonst wäre die rote Mannschaft kleiner als die blaue. Der Zentralwert und Durchschnitt ist bei der blauen Mannschaft gleich, da alle gleich groß sind.



Typus
Training
b) Reflexion
Dauer
ca. 20 min

Seite 28

18 Welcher Mittelwert ist gemeint?
Auseinandersetzen mit Aussagen über Durchschnitt und Zentralwert

a) Welchen Mittelwert meinen die Kinder, den Durchschnitt oder den Zentralwert?

b) Wähle aus a) eine Aussage aus, die für dich gut den Durchschnitt erklärt und eine Aussage, die gut den Zentralwert verdeutlicht. Schreibe diese Sätze ins Heft und ergänze dazu jeweils ein Beispiel.

Bezug nach O3

Hinweise halboffene Aufgabe zur Identifizierung von Mittelwert und Zentralwert; als HA geeignet
Differenzierung: Die Veranschaulichung mit konkreten Zahlen / Beispielen stützt die Vorstellungskraft und macht die Bearbeitung für schwächere Schülerinnen und Schüler einfacher.

Lösungen a) Ole und Merve meinen den Zentralwert. Pia meint den Durchschnitt. Tills Aussage passt zu beiden Mittelwerten.
b) verschiedene Lösungen sind möglich

Seite 28

19 Daten und Durchschnitte verändern
Untersuchen, wie sich Mittelwerte verändern bei Änderung einzelner Werte
Versuche die folgenden Fragen erst ohne Rechnung zu beantworten. Überprüfe deine Antwort danach durch Rechnung. Wie kannst du das Ergebnis erklären?

a) Wie groß ist der Durchschnitt der fünf Werte 1, 2, 5, 8 und 9? Wie groß ist der Zentralwert?

b) Wie verändert sich der Durchschnitt und der Zentralwert, wenn du ...

- (1) ... zu jeder Zahl der Reihe 1 addierst?
- (2) ... zur ersten Zahl der Reihe 5 addierst?
- (3) ... zur zweiten Zahl der Reihe 10 addierst?

Bezug nach O3

Hinweise geschlossene Reflexionsaufgabe zur Veränderung von Mittelwerten bei Veränderung von Zahlenreihen; als HA geeignet
Umsetzung: Die Schülerinnen und Schüler könnten sich eigenständig weitere Bedingungen ausdenken und gegenseitig lösen. Vielleicht entdecken sie noch andere Zusammenhänge.

Lösungen a) Durchschnitt und Zentralwert: 5
b) (1) Sowohl Durchschnitt als auch Zentralwert werden um eins größer, betragen dann also 6.
(2) Der Durchschnitt erhöht sich erneut auf 6. Da aus der 1 dann eine 6 wird, ändert sich die Reihenfolge der Zahlen und somit verändert sich der Zentralwert ebenfalls von 5 zu 6.
(3) Der Durchschnitt erhöht sich auf 7 und der Zentralwert liegt dann bei 8.

Seite 28

20 Eine Zahl suchen
Bestimmen fehlender Zahlen in einer Zahlenreihe bei gegebenem Zentralwert

a) 1 4
Der Zentralwert dieser drei Zahlen beträgt 4.
Welche Zahl fehlt?
Kannst du mehrere Lösungen finden?

b) 3 10 8 15 4 18 7 16
Der Zentralwert dieser neun Zahlen beträgt 8.
Welche Zahl fehlt?
Kannst du mehrere Lösungen finden?

c) Überlegt euch ähnliche Aufgaben und stellt sie euch gegenseitig. Überprüft gegenseitig eure Lösungen.

Typus
Problemlösen
Dauer
ca. 10 min

Bezug nach O3

Hinweise teilweise geschlossene Problemlöseaufgabe
Umsetzung: mögliche Impulse: „Probiert verschiedene Werte aus.“, „Ordnet die Zahlen zuerst der Größe nach.“, „Gibt es mehrere Lösungen?“
Differenzierung: Die Aufgabe könnte von Schnelleren auf den Durchschnitt übertragen werden.
c) ist selbstdifferenzierend und kann als **Aufgabenwerkstatt** (vgl. S. 497) bearbeitet werden.

Lösungen a) Es fehlt eine Zahl, die größer oder gleich 4 ist.
b) Die fehlende Zahl muss kleiner oder gleich 8 sein.
c) verschiedene Lösungen sind möglich

Seite 29

21 Größen in der Fußballmannschaft
Bestimmen und Darstellen des Zentralwertes, Untersuchen von Ausreißern

Das sind die Körpergrößen einer Fußballmannschaft:
140 cm, 142 cm, 155 cm, 150 cm, 141 cm, 144 cm, 151 cm, 130 cm, 145 cm, 147 cm

a) Ermittle den Zentralwert. Wie könnte man den Zentralwert mit der Fußballmannschaft darstellen?

Training b) Der kleinste Fußballspieler in der Mannschaft hat sich bei der Angabe seiner Körpergröße vertan: Er ist nur 125 cm groß. Was ändert sich am Zentralwert?

Problemlösen c) Verändere eine weitere Größe, ohne dass sich der Zentralwert ändert.
d) Verändere von den zehn Größen eine Größe so, dass sich der Zentralwert ändert. Welche verschiedenen Möglichkeiten hast du?

Typus
a), b) Training
c), d) Problemlösen
Dauer
ca. 15 min

Bezug nach O3

Hinweise erst geschlossene Trainingsaufgabe, dann offene Problemaufgabe; als HA geeignet
Umsetzung: Die Aufgabe könnte arbeitsteilig in leistungshomogenen Gruppen bearbeitet werden. Die Aufgabe kann genauso auf den Durchschnitt übertragen werden.
Differenzierung: a) und b) für Schwächere, c) und d) für Stärkere.



Lösungen

- a) Der Zentralwert liegt genau zwischen 144 cm und 145 cm. Dies könnte z. B. durch einen Strich an der entsprechenden Stelle dargestellt, bzw. eine Fahne zwischen die beiden Fußballspieler gestellt werden:
130 140 141 142 144 | 145 147 150 151 155.
- b) Die Reihenfolge der Zahlenreihe ändert sich nicht, deshalb bleibt der Zentralwert gleich.
- c) Verschiedene Lösungen sind möglich: Abgesehen von den beiden Werten neben dem Zentralwert, darf jeder Wert verändert werden, solange sich die Reihenfolge nicht verändert.
- d) Verschiedene Lösungen sind möglich, z. B. könnten mehr Werte über 145 cm oder mehr Werte unter 144 cm angesiedelt werden. Dadurch würde sich die Reihenfolge verändern. Es könnten aber auch einfach die beiden mittleren Werte 144 cm bzw. 145 cm verändert werden.

Seite 29

22 Angaben zu Zwillingen erfinden

Finden von Angaben zu gegebenem Durchschnitt bzw. Zentralwert

Silas und Jonas sind Zwillinge.
Trotzdem sehen sie nicht genau gleich aus.

Welche Größe, welches Gewicht und Alter, welche Augenfarbe können die beiden haben, wenn die folgenden Durchschnitte stimmen?
Gib jeweils mindestens zwei Möglichkeiten an.

- (1) durchschnittliche Größe: 155 cm
- (2) durchschnittliches Gewicht: 45 kg
- (3) durchschnittliches Alter:
12 Jahre 25 Tage 8 Stunden
- (4) durchschnittliche Augenfarbe: Graublau



Typus

Problemlösen

Dauer

ca. 10 min

Bezug

nach O3

Hinweise

offene Problemlöseaufgabe mit schülernaheem Kontext

Umsetzung: Die Lernenden sollten aufgefordert werden, möglichst viele Beispiele zu finden.

Wünschenswert wäre auch eine Reflexion über sinnvolle Werte.

Es sollte deutlich werden, dass die Durchschnittsbildung im mathematischen Sinne nur bei Zahlenreihen möglich ist.

Lösungen

verschiedene Lösungen sind möglich, z. B.:

- (1) Silas: 152 cm, Jonas: 158 cm oder
Silas: 150 cm, Jonas 160 cm
- (2) Silas: 40 kg, Jonas 50 kg oder
Silas: 45 kg, Jonas: 45 kg
- (3) Silas: 12 Jahre 25 Tage 7 Stunden, Jonas: 12 Jahre 25 Tage 9 Stunden oder
Silas: 12 Jahre 25 Tage 7,5 Stunden, Jonas: 12 Jahre 25 Tage 8,5 Stunden
- (4) Aus Augenfarben kann man keinen Durchschnitt bilden.
(Vererbungslehre ist nicht mit dem Mischen von Farben vergleichbar).

Seite 29

Problemlösen

23 Größen ermitteln

Finden von Zahlen und Größen zu gegebenem Durchschnitt bzw. Zentralwert

Konrad, Micky und Paula sind Geschwister.

Konrad sagt: „Wir haben eine mittlere Größe von 140 cm.“

- a) Konrad meint mit 140 cm den Zentralwert.
Gib drei verschiedene Möglichkeiten an, wie groß die drei sein könnten.
Eine der drei Möglichkeiten soll besonders extrem sein, also besonderes große oder besonders kleine Werte enthalten.
- b) Konrad meint mit 140 cm den Durchschnittswert.
Gib drei verschiedene Möglichkeiten an, wie groß die drei sein könnten.
Eine der drei Möglichkeiten soll besonders extrem sein.
Bei einer der Möglichkeiten soll keiner der drei Geschwister 140 cm groß sein.

Typus

Problemlösen

Dauer

ca. 15 min

Bezug

nach O3

Hinweise

anspruchsvolle, offene Problemlöseaufgabe; als HA geeignet

Umsetzung: Möglicher Weg zu b): Multiplizieren des Durchschnitts mit 3, dann erhalten wir die Gesamtsumme der drei Körpergrößen.

1. Körpergröße ausdenken und vom Gesamtwert 420 abziehen, 2. Körpergröße ausdenken und wiederum abziehen, man erhält die 3. Körpergröße. Die hier angegebene Rechenhilfe kann von den Schülerinnen und Schülern auch eigenständig erarbeitet werden. Hier können mögliche Rechenwege für b) gesammelt werden.

Lösungen

- a) verschiedene Lösungen sind möglich, z. B.:
140 cm, 132 cm, 157 cm oder 186 cm, 140 cm, 114 cm oder 142 cm, 139 cm, 140 cm
- b) verschiedene Lösungen sind möglich, z. B.:
140 cm, 135 cm, 145 cm oder 180 cm, 140 cm, 100 cm oder 126 cm, 132 cm, 162 cm



Checkliste (Seite 30) Meine Klasse und ich – Zahlenangaben sammeln und vergleichen

Kompetenzen

Übergreifende mathematische Kompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler ...

- strukturieren und dokumentieren Informationen.
- wechseln in eine andere mathematische Darstellungsform (hier vom Numerischen ins Grafische).

Schwerpunkte bei den arbeitsmethodischen Kompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler ...

- lernen ggf. neue Unterrichtsmethoden kennen (z. B. **Ich-Du-Wir** (vgl. S. 485), **Aufgabenwerkstatt** (vgl. S. 497)).
- erfinden eigene Aufgaben (z. B. **V9c** und **20c**).
- können Lösungen vergleichen und entscheiden, ob die eigene Lösung richtig ist.

Wer in Übungsphasen selbständig arbeiten soll, muss auch seine Lösungen kontrollieren können, weil er sonst immer auf die Lehrkraft angewiesen ist. Dazu ist der Vergleich der eigenen Lösung mit anderen Lösungen wichtig. Diese „anderen Lösungen“ können von anderen Kindern stammen oder aus dem Lösungsheft sein, das diesen Handreichungen beiliegt und in Übungsphasen für die Schülerinnen und Schüler zugänglich sein könnte. Lösungen vergleichen zu können ist keineswegs selbstverständlich, denn viele Lernende sehen sich nur flüchtig andere Lösungen an, ohne sie konsequent mit den eigenen in Beziehung zu setzen.

Das bewusste Gestalten eines Heftes wird erst im Kapitel „Größen“ erarbeitet, damit zunächst Erfahrungen gesammelt werden können.

Die organisatorischen Aspekte zu Beginn der 5. Klasse sollten nicht alle im ersten Kapitel gebündelt behandelt werden.

Hinweise zur systematischen Wortschatzarbeit

Die folgenden Fachwörter sollten Lernende dauerhaft aktiv nutzen können:

- Durchschnitt (für arithmetisches Mittel)
- Zentralwert (für Median)
- Säulendiagramm, Balkendiagramm, Streifendiagramm, Strichliste

Die folgenden Fachwörter werden im Kapitel verwendet, ohne dass sie im Text erklärt werden. Da sie langfristig verstanden werden sollen, sollten sie im Gespräch geklärt werden:

- Umfrage, Daten, Fragebogen, auswerten

Überprüfung

Bausteine für eine mögliche Klassenarbeit befinden sich auf der DVD (072-1).

Eine Möglichkeit für eine alternative Leistungsbeurteilung bietet sich an, wenn die erste Etappe zum Daten erheben, sammeln und in Diagrammen darstellen als Projekt durchgeführt wird.

Feste Schülergruppen sammeln dann ihre Arbeitsschritte (selbst erstellter Fragebogen, Datensammlung, Auswertung, Interpretation) und präsentieren das Ergebnis. Die Arbeitsprodukte und die Präsentation werden im Anschluss bewertet (auch unter Beteiligung der Mitschülerinnen und Mitschüler). Orientierung bei der Arbeit kann der Fragebogen aus **E1** geben.

Die Hinweise beziehen sich auf die Aufgaben im Schulbuch. Alternativ kann mit den zusätzlichen Trainingsaufgaben auf der DVD geübt werden (073-1)

Die Schülerinnen und Schüler müssen Streifendiagramme nicht zeichnen, aber Informationen aus ihnen ablesen können.

Wichtig ist hier das Wissen um das Verfahren zur Bestimmung des Durchschnitts. Das Rechnen selbst führt oft auf Dezimalzahlen und sollte deshalb (noch) nicht im Fokus stehen.

Hier kann auch nochmal an die Ausreißerproblematik erinnert werden.

30
Meine Klasse und ich – Zahlenangaben sammeln und vergleichen

Checkliste Meine Klasse und ich – Zahlenangaben sammeln und vergleichen

Ich kann ...
Ich kenne ...

Hier kann ich
üben ...

K1 Ich kann Daten sammeln (z. B. aus einer Tabelle ablesen), zählen und zusammenfassen.
Sammle die Körpergrößen aller Kinder aus deiner Klasse. Zähle mit einer Strichliste und fasse zusammen, wer kleiner oder gleich 1,30 m groß ist, wer zwischen 1,31 m und 1,40 m groß ist, zwischen 1,41 m und 1,50 m usw. S. 22 Nr. 1a, 2a

K2 Ich kann Anzahlen in einem Säulen- oder Balkendiagramm darstellen.
Erstelle zu den folgenden Daten ein Säulen- oder Balkendiagramm. S. 22 Nr. 1b, 2b
S. 22 Nr. 3c
S. 23 Nr. 4b

Lieblingstiere			
Katze	Hund	Pferd	Meerschweinchen
7	6	8	11

K3 Ich kann Informationen aus Diagrammen ablesen.
Was kommt in den folgenden Diagrammen jeweils am häufigsten vor? Was kommt am seltensten vor? Was kommt genau 4-mal vor? S. 22 Nr. 2c
S. 22 Nr. 3a–c
S. 23 Nr. 4a, 5

K4 Ich kann den Durchschnitt zu gegebenen Daten bestimmen.
Bestimme zu den Daten 13, 17, 19, 12, 15 den Durchschnitt. S. 24 Nr. 6, 8
S. 25 Nr. 9, 11
S. 26 Nr. 14

K5 Ich kann zu einem gegebenen Datensatz einen ungefähren Durchschnitt schätzen.
Schätze ohne viel zu rechnen, wie viel die Schüler auf dem Wandertag im Durchschnitt ausgegeben haben. Die einzelnen Ausgaben lauten: 0 €, 0 €, 3 €, 4 €, 7 €, 7 €. S. 25 Nr. 9, 10
S. 26 Nr. 13

K6 Ich kann den Zentralwert zu gegebenen Daten bestimmen.
Bestimme zu den Daten 13, 17, 19, 12, 15 den Zentralwert. S. 27 Nr. 15, 16
S. 27 Nr. 17
S. 29 Nr. 21

K7 Ich kann erklären, was Durchschnitt und Zentralwert bedeuten und was der Unterschied zwischen diesen beiden Mittelwerten ist.
Was bedeutet: „Der Durchschnitt des Taschengeldes unserer Klasse ist 21 €“?
Was bedeutet: „Der Zentralwert des Taschengeldes unserer Klasse ist 15 €“? S. 27 Nr. 16, 17
S. 28 Nr. 18

K8 Ich kann mir zu einer gegebenen Zahl Daten ausdenken, sodass diese Zahl der Durchschnitt oder der Zentralwert der Daten ist.
Denke dir vier Zahlen aus, deren Durchschnitt 6 ist. S. 24 Nr. 8c
S. 26 Nr. 12
S. 28 Nr. 20
S. 29 Nr. 22, 23

► Hinweis: Im Materialblock auf Seite 9 findest du diese Checkliste zum Ausfüllen. (073-2)

Vorausgesetzte Basiskompetenzen, die mit Hilfe der Übe-Kartei geübt werden können:

- Ich kann Zahlen in der Stellentafel ordnen.
- Ich kann Zahlen schriftlich addieren und subtrahieren.
- Ich kann große Zahlen durch Zahlen unter 100 dividieren.

Basiskompetenzen dieses Kapitels, die in der Übe-Kartei aufgegriffen werden:

- K3** Ich kann Informationen aus Diagrammen (z. B. aus Säulen-, Balken- und Streifendiagrammen) ablesen.
- K4** Ich kann den Durchschnitt zu gegebenen Daten bestimmen.
- K7** Ich kann erklären, was Durchschnitt und Zentralwert bedeuten und was der Unterschied zwischen diesen beiden Mittelwerten ist.



Digitale Angebote für dieses Kapitel

- 041-1 zusätzliches Trainingsangebot
- 041-2 Bausteine für eine mögliche Klassenarbeit
- 042-1 Arbeitsmaterial *Fragebogen* (MB 7)
- 043-1 Bild der Einstiegsseite (SB 14/15)
- 045-1 Arbeitsmaterial *Fragebogen* (SB 16, E1 | MB 7)
- 046-1 Infoblatt *Immerwährender Kalender* (SB 17, E2)
- 048-1 Hinweise *Messen der Fußgrößen* (SB 18, E3)
- 049-1 Bilder *Klassenfuß* (SB 18, E3)
- 050-1 Bilder *Tischgruppen* (SB 19, E4)
- 052-1 Bilder *Diagrammart* (SB 20, O1)
- 053-1 Wissensspeicher *Diagramme* (SB 20, O1 | MB 4)
- 053-2 ausgefüllter Wissensspeicher *Diagramme*
- 053-3 Wissensspeicher *Balken- und Säulendiagramme* (SB 20, O1 | MB 5)
- 053-4 ausgefüllter Wissensspeicher *Balken- und Säulendiagramme*
- 055-1 Wissensspeicher *Mittelwerte* (SB 21, O3 | MB 6)
- 055-2 ausgefüllter Wissensspeicher *Mittelwerte*
- 064-1 Arbeitsmaterial *Würfelkarten* (SB 26, V12 | MB 8)
- 072-1 Bausteine für eine mögliche Klassenarbeit
- 073-1 zusätzliches Trainingsangebot
- 073-2 Checkliste zum Ausfüllen (SB 30 | MB 9)